# BULLETIN

## DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

NANCY, IMPRIMERIE BERGER-LEVRAULT ET Cie.

# BULLETIN

DE LA

# SOCIÉTÉ DES SCIENCES

## DE NANCY

ANCIENNE SOCIÉTÉ DES SCIENCES NATURELLES DE STRASBOURG

FONDÉE EN 1828

Série II. — Tome IX. — Fascicule XXI

20e ANNÉE. — 1887

(AVEC PLANCHES ET FIGURES INTERCALÉES DANS LE TEXTE)

PARIS

BERGER-LEVRAULT ET Cie, LIBRAIRES-ÉDITEURS

5, Rue des Beaux-Arts, 5

*MÊME MAISON A NANCY*

1888

# SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

## BUREAU ET CONSEIL D'ADMINISTRATION

### POUR L'ANNÉE 1887.

| | | MM. |
|---|---|---|
| Bureau | *Président,* | Volmerange. |
| | *Vice-président,* | Charpentier. |
| | *Secrétaire général,* | Hecht. |
| | *Secrétaire annuel,* | Saint-Remy. |
| | *Trésorier,* | Friant. |
| *Administrateurs* | | Fliche. |
| | | Beaunis. |
| | | Schlagdenhauffen. |

# LISTE DES MEMBRES

## COMPOSANT LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

**Arrêtée au 1er janvier 1887.**

### I. MEMBRES TITULAIRES

INSCRITS PAR RANG D'ANCIENNETÉ.

1. Jacquemin ✻, directeur de l'École supérieure de pharmacie. 3 février 1857.
2. Dr Schlagdenhauffen, professeur à l'École supérieure de pharmacie. 5 juillet 1859.
3. Dr Hecht, professeur à la Faculté de médecine. 3 janvier 1865.
4. Dr Feltz ✻, professeur à la Faculté de médecine. 7 février 1865.
5. Dr Gross, professeur à la Faculté de médecine. 16 décembre 1868.
6. Dr Bleicher ✻, professeur à l'École supérieure de pharmacie. 7 juillet 1869.
7. Dr Beaunis ✻, professeur à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
8. Dr Bernheim, professeur à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
9. Dr Marchal, ancien chef de clinique à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.

10. Dr Spillmann, professeur à la Faculté de médecine. 5 mai 1873.
11. Humbert, docteur en médecine. 30 juin 1873.
12. Delcominète, professeur suppl. à l'École supérieure de pharmacie. 5 janvier 1874.
13. Dr Friant, professeur à la Faculté des sciences. 19 janvier 1874.
14. Roussel, ancien professeur à l'École forestière. 16 mars 1874.
15. Fliche, professeur à l'École forestière 20 avril 1874.
16. Dr Lallement, professeur à la Faculté de médecine. 26 avril 1875.
17. Haller, professeur à la Faculté des sciences. 8 janv. 1877.
18. Bichat, professeur à la Faculté des sciences. 22 janvier 1877.
19. Dr Coze ✻, professeur à la Faculté de médecine. 7 mai 1877.
20. Le Monnier, professeur à la Faculté des sciences. 18 juin 1877.
21. Monal, pharmacien de 1re classe. 2 décembre 1878.
22. Gault, pharmacien de 1re classe. 6 janvier 1879.
23. Wohlgemuth, maître de conférences à la Faculté des sciences. 20 janvier 1879.
24. Dr Charpentier, profess. à la Faculté de médecine. 2 mars 1879.
25. Godfrin, prof. à l'École sup. de pharmacie. 24 novembre 1879.
26. Floquet, professeur à la Faculté des sciences. 19 janvier 1880.
27. Arth, docteur ès sciences physiques. 19 janvier 1880.
28. Dr Koehler, chargé d'un cours à la Faculté des sciences. 2 février 1880.
29. Dr Macé, professeur agr. à la Faculté de médecine. 1er mai 1880.
30. Dr Grandeau O✻, doyen de la Faculté des sciences. 15 juin 1880.
31. Dr Lemaire, docteur ès sciences naturelles. 15 juillet 1880.
32. Sadler, docteur en médecine. 1er décembre 1880.
33. Dumont, docteur en droit, chef des travaux physiques à la Faculté de médecine. 16 janvier 1881.
34. Kuntzmann, professeur au Lycée. 16 janvier 1881.
35. Jaquiné O ✻, inspecteur général honoraire des ponts et chaussées. 16 janvier 1881.
36. Dr Garnier, professeur à la Faculté de médecine. 2 mars 1881.
37. Dr Stoeber, ancien chef de clinique à la Faculté de médecine. 15 mars 1881.
38. Volmerange ✻, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite. 15 mars 1881.
39. André, architecte. 1er mars 1882.
40. Blondlot, professeur adj. à la Faculté des sciences. 2 juin 1882.
41. Held, prof. agrégé à l'École supérieure de pharmacie. 2 juin 1882.
42. Henry, professeur à l'École forestière. 1er décembre 1882.
43. Dr Vuillemin, chef des travaux d'histoire naturelle médicale à la Faculté de médecine. 1er décembre 1882.
44. Thoulet, professeur à la Faculté des sciences. 17 janvier 1883.
45. Hasse, professeur à l'École normale d'instituteurs. 1er mars 1883.

46. Thouvenin, chargé de cours à l'École supérieure de pharmacie. 1er mars 1883.
47. Millot, ancien officier de marine, chargé d'un cours à la Faculté des sciences. 17 mai 1883.
48. A. de Metz-Noblat, homme de lettres. 3 juillet 1883.
49. Dr Bagnéris, professeur agrégé à la Faculté de médecine. 15 janvier 1884.
50. Brunotte, pharmacien de 1re classe. 15 février 1884.
51. Klobb, chef des travaux à l'École supérieure de pharmacie. 15 février 1884.
52. Chenu, licencié ès sciences physiq. et naturelles. 18 juillet 1884.
53. Abbé Chevalier, licencié ès sciences, professeur à l'École Saint-Sigisbert. 1er décembre 1884.
54. Pérot ✻, intendant militaire en retraite. 16 janvier 1885.
55. Riston, licencié en droit. 16 janvier 1885.
56. Bertin, rentier. 16 janvier 1885.
57. Guntz, maître de conférences à la Faculté des sciences. 16 janvier 1885.
58. Dr Saint-Remy, licencié ès sciences naturelles. 16 janvier 1885.
59. Viller ✻, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite. 23 février 1885.
60. Dr Prenant, chef des travaux d'histologie à la Faculté de médecine. 4 mars 1885.
61. Calinon, chef de correspondance aux forges de Pompey. 1er mai 1885.
62. Pérot (A.), ancien élève de l'École polytechnique. 1er juin 1886.

## II. MEMBRES ASSOCIÉS

INSCRITS PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE.

Berger-Levrault (Oscar) ✻, imprimeur à Nancy. 24 mars 1873.
Des Robert (Maurice), à Nancy. 15 mai 1886.
Dupont, maître de forges à Pompey. 1er avril 1880.
Gaiffe, constructeur d'appareils de physique à Nancy. 28 janvier 1882.
Gouy de Bellocq, ancien officier d'état-major. 1er mars 1886.
Dr Herrgott ✻, professeur à la Faculté de médecine. 18 novembre 1878.
Dr Heydenreich, professeur à la Faculté de médecine. 18 nov. 1878.
Houbre, ingénieur des ponts et chaussées à Nancy. 18 novembre 1878.
Laederich (Ch.), manufacturier à Épinal. 16 janvier 1874.
Lang (B.), manufacturier à Nancy. 16 mars 1880.
Lang (R.), manufacturier à Nancy. 16 mars 1880.
Dr Langlois, médecin en chef à l'Asile de Maréville. 16 janvier 1881.
Langenhagen (de) ✻, manufacturier à Nancy. 2 mars 1874.

LEDERLIN ✻, doyen de la Faculté de droit de Nancy. 24 mars 1873.
Dr NETTER ✻, médecin principal de l'armée, en retraite. 2 août 1880.
NORBERG (J.) ✻, imprimeur à Nancy. 24 mars 1873.
SIMONIN (Henry), anc. colonel de l'armée territoriale. 15 février 1886.
THOMAS (Philippe), médecin-vétérinaire en 1er au 10e régiment de hussards, à Nancy. 15 juillet 1885.
Dr TOURDES O ✻, doyen de la Faculté de méd. de Nancy. 1er juin 1880.
VILLER, étudiant en médecine à Nancy. 2 mars 1881.
BARTHÉLEMY, à Nancy. 17 mai 1883.

## III. MEMBRES CORRESPONDANTS

### *A*) NATIONAUX.

BABINET ✻, lieutenant-colonel d'artillerie à Poitiers. M. T. 5 nov. 1865.
BARDY, pharmacien de 1re classe à Saint-Dié. 15 novembre 1880.
BELLEVILLE, colonel en retraite, à Toulouse. 18 mai 1874.
Dr BŒCKEL (Eugène) ✻, prof. agr. à l'ancienne Faculté de médecine de Strasbourg, chirurgien en chef de l'hôpital civil. M. T. 19 mars 1867.
Dr BOUCHARD ✻, professeur à la Faculté de médecine de Bordeaux. M. T. 2 juin 1869.
BRILLOUIN, maître de conférences à la Faculté des sciences de Dijon. M. T. 16 janvier 1881. M. C. 15 novembre 1882.
Dr BOUISSON O ✻, ancien doyen de la Faculté de médecine de Montpellier. 14 août 1838.
BUCHINGER, ancien inspecteur de l'instruction primaire, à Strasbourg.
CASTAN ✻, chef d'escadron d'artillerie. M. T. 5 juin 1866; M. C. 5 juin 1867.
Dr CHRISTIAN, médecin en chef de la Maison nationale de Charenton. M. T. 22 janvier 1877.
Dr COLLIGNON, médecin-major de l'armée. M. T. 9 juin 1879; M. C. 15 novembre 1881.
DAUBRÉE C ✻, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur au Jardin des Plantes. M. A. 9 avril 1839; M. T. 5 avril 1842; M. C. août 1861.
Dr ENGEL, professeur à la Faculté de médecine de Montpellier. M. T. 5 mai 1875.
Dr FAUDEL, secrétaire de la Société d'histoire naturelle de Colmar (Haut-Rhin). 8 mai 1867.
Dr FÉE ✻, médecin principal de l'armée. M. T. 19 février 1867.
FIESSINGER, docteur en médecine à Oyonnax (Ain). 1er décembre 1881.
FLAMMARION, astronome et écrivain scientifique, à Paris. 4 nov. 1868.
FRANÇOIS, inspecteur général des mines, à Paris. 9 juin 1868.
GAY, professeur au Lycée de Montpellier. M. T. 19 février 1867; M. C. 19 juillet 1871.

GRAD, naturaliste, à Colmar (Haut-Rhin). 6 février 1869.

Dr HARO ✻, médecin principal de l'armée en retraite, à Montpellier. M. T. 16 avril 1877; M. C. 3 janvier 1881.

HECKEL, prof. à la Faculté des sciences de Marseille. M. T. 21 fév. 1876.

HERRENSCHMIDT, docteur en médecine à Strasbourg. 15 janv. 1867.

HIRSCH, ingénieur des ponts et chaussées, à Paris. M. T. 5 mai 1873.

HUGUENY ✻, ancien professeur à la Faculté des sciences de Marseille. M. T. 5 juillet 1859; M. C. en 1878.

JOUAN, capitaine de vaisseau, à Cherbourg. 1er décembre 1863.

JOURDAIN, ancien professeur à la Faculté des sciences de Nancy, à Saint-Waast-la-Hogue (Manche). M. T. en 1877; M. C. 8 décembre 1879.

KELLER, ingénieur des mines, à Paris. 19 juillet 1871.

KLEIN, pharmacien à Strasbourg. M. T. 4 juillet 1865.

Dr KŒBERLÉ O ✻, professeur agrégé à l'ancienne Faculté de médecine de Strasbourg. M. T. 7 juillet 1857.

LEJEUNE, chef d'escadron d'état-major. 3 juillet 1860.

Dr LORTET, doyen de la Faculté de médecine de Lyon. Déc. 1868.

MANGIN, professeur au Lycée Louis-le-Grand, à Paris. M. T. 24 novembre 1879; M. C. 15 novembre 1881.

Dr MILLARDET, professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux. M. T. 5 mai 1869.

Dr MONOYER, prof. à la Faculté de méd. de Lyon. M. T. 4 juillet 1865.

MUNTZ, ingénieur des ponts et chaussées, à Nancy. M. T. 5 mai 1873.

PASTEUR C ✻, membre de l'Institut, professeur à la Sorbonne, ancien professeur à la Faculté des sciences de Strasbourg. M. T. 8 janvier 1850; M. C. 1854.

QUATREFAGES (A. de) O ✻, membre de l'Institut, professeur au Jardin des Plantes, à Paris. 2 juin 1835.

RŒDERER, ingénieur des ponts et chaussées. M. T. 5 mars 1877.

SAINT-LOUP, prof. à la Faculté des sciences de Clermont-Ferrand. 15 janv. 1867.

Dr VILLEMIN ✻, ancien professeur au Val-de-Grâce. 4 août 1857.

Dr WIEGER, prof. à la Faculté de méd. de Strasbourg. M. T. 9 juin 1857.

Dr WILLEMIN O ✻, médecin-inspecteur des eaux de Vichy. M. T. 8 mai 1867; M. C. 19 juillet 1871.

WILLM, professeur à la Faculté des sciences de Lille. M. T. 8 mai 1867.

Dr ZEYSSOLFF, ancien médecin cantonal à Strasbourg. M. T. 15 avril 1834; M. C. 10 mars 1873.

### *B*) ÉTRANGERS.

#### Allemagne.

BRUCH (Carl), professeur d'anatomie à Offenbach. 5 janvier 1864.

GEINITZ (H. B.), prof. à l'École polytechnique de Dresde. 5 fév. 1868.

Ludwig, ingénieur civil à Darmstadt. 5 juillet 1859.
Nægeli, professeur de botanique à l'Université de Munich. 7 mai 1855.
Sandberger, professeur à l'Université de Würzbourg. 4 août 1856.

**Amérique du Nord. (États-Unis.)**

Asa-Gray, professeur à l'Université de Boston. 2 décembre 1851.
Lea, membre de l'Académie de Philadelphie. 1er juillet 1856.
Lesquereux, naturaliste à Columbus. 5 novembre 1850.

**Angleterre, Écosse, Irlande.**

Collins (Matth.), professeur à Dublin. 2 juin 1869.
Hellier-Baily, paléontologiste, membre de la Commission géologique de l'Irlande. 4 mars 1868.
Moore (David), directeur du Jardin botanique de Dublin. 1er août 1865.
Dr Stirton (James), à Glasgow. 6 février 1869.

**Belgique.**

Morren (Édouard), professeur de botanique à l'Université de Liège. 12 janvier 1859.

**Brésil.**

Glaziou, directeur du Jardin botanique de Rio-Janeiro. 4 mars 1868.

**Portugal.**

Barboza-Dubocage, membre de l'Académie royale de Lisbonne. 12 mars 1862.
O Castello da Païva, membre de l'Académie royale de Lisbonne. 4 décembre 1866.

**Russie.**

Kutorga, professeur à Saint-Pétersbourg. 4 juin 1855.

**Suède et Norvège.**

Areschoug, professeur à l'Université d'Upsal. 11 janvier 1859.

**Suisse.**

Favre (Alph.), professeur de géologie à Genève. 2 décembre 1862.

# SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE NANCY

## ANNÉE 1887

PREMIÈRE PARTIE

## PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

*Séance du 15 janvier* 1887.

Présidence de M. Schlagdenhauffen.

*Membres présents :* MM. Bagnéris, Bertin, Bichat, Bleicher, Blondlot, Brunotte, Charpentier, Chenu, Dumont, Fliche, Floquet, Friant, Hasse, Hecht, Henry, Kœhler, Macé, de Metz, Le Monnier, Pérot père, Prenant, Schlagdenhauffen, Thouvenin, Volmerange, Vuillemin.

*Élections pour le renouvellement du bureau pour l'année 1887.* — — Élection d'un vice-président, d'un secrétaire annuel, d'un trésorier et d'un membre du conseil d'administration.

M. le président fait observer que le secrétaire annuel n'est plus rééligible.

Nombre des votants, 23.

Sont élus : *vice-président,* M. Charpentier, par 17 voix ; *secrétaire annuel,* M. Saint-Remy à l'unanimité ; *trésorier,* M. Friant, par 22 voix ; *membre du conseil d'administration,* M. Schlagdenhauffen, par 22 voix.

En vertu de l'article 25 des statuts, M. Volmerange, vice-président, est proclamé président pour l'année 1887.

Par suite de ces élections, le *Bureau pour l'année 1887* est composé ainsi qu'il suit :

*Président :* M. Volmerange.

*Vice-président :* M. Charpentier.

*Secrétaire général :* M. Hecht.

*Secrétaire annuel :* M. Saint-Remy.

*Trésorier :* M. Friant.

*Membres du conseil d'administration :* MM. Beaunis, Fliche, Schlagdenhauffen.

## COMMUNICATIONS.

I. — **Botanique.** — M. Vuillemin fait une communication sur l'*Épaississement des membranes cellulaires des champignons.*

I. — L'épaississement est localisé *en un point*, généralement au milieu d'une cloison qui prend l'aspect de perle brillante. Tantôt la perle, réfractaire à l'iode, est de la nature du collenchyme (pédicelles fructifères de *Mutrila*) ; tantôt et plus souvent elle se colore en brun par ce réactif, en bleu par le bleu de méthyle. L'épaississement est dû à une gélification progressive et centrifuge de la cellulose. Il se forme par ce procédé un bouchon qui partage plusieurs propriétés du callus des tubes cribreux.

La portion gonflée, moins résistante que le reste de la membrane, peut se bomber sous l'influence d'une tension exagérée, s'étirer en doigt de gant à l'intérieur d'une cellule, ou au dehors en cas de rupture préalable du tube. Ultérieurement, ce diverticule ou bien se résorbe et alors deux cellules s'abouchent largement, ou bien se consolide et alors, si le tube était brisé, il en continue la direction, tandis que, dans le cas contraire il traverse comme un siphon l'axe d'une ou de plusieurs cellules (*Peziza mycetophylla*).

II. — Épaississement *annulaire.* — Il est primitif (asque de *Streptotheca Bondieri*, P. V.) ou consécutif à l'apparition d'un rudiment de membrane (*Syncephalis nodosa*). Dans ce dernier cas, il peut être transitoire et servir ultérieurement à l'accroissement intercalaire (*Aleuria Asterigma*, P. V.)

III. — L'épaississement frappe *toute la surface*. D'habitude, il est nettement centripète comme dans les zygospores de Mucorinées. M. Vuillemin cite, entre autres exemples : le sporange des *Pilobolus*, les macroconidies des *Hypomyces*, celles du *Melanospora Fayodi*, P. V., espèce décrite comme un *Hypomyces* par M. Fayord qui n'en avait pas observé les périthèces, les sclérotes également inédits de la même plante, les chlamydospores des deux *Nyctalis*, qui appartiennent bien à cette espèce, comme l'a soutenu M. de Bary et non pas à des *Hypomyces* parasites.

II. **Anatomie.** — Observations sur la *trompe d'Eustache*, par M. Prenant.

Ces observations portent :

1° Sur la forme de la trompe étudiée comparativement chez le mouton adulte et chez les embryons de cet animal.

2° Sur la muqueuse.

3° Sur le cartillage de la trompe, sa nature, son développement.

4° Sur les glandes de la trompe.

*Le Secrétaire annuel*,
Thouvenin.

## *Séance du 1er février* 1887.

Présidence de M. Volmerange.

*Membres présents :* MM. Barthélemy, Bertin, Bleicher, Blondlot, Charpentier, Chevallier, Floquet, Fliche, Friant, Godfrin, Le Monnier, Pérot père, Prenant, Saint-Remy, Schlagdenhauffen, Stoeber, Thouvenin, Viller, Volmerange, Vuillemin.

*Présentations :* MM. Volmerange et Schagdenhauffen présentent M. Bauer, ingénieur en chef des ponts et chaussées, comme membre titulaire.

MM. Schlagdenhauffen et Bleicher présentent M. Monal, licencié ès sciences, et M. Villedon, pharmacien-chef à l'hôpital militaire, comme membres titulaires.

MM. Friant et Kœhler présentent M. le Dr Nicolas, professeur agrégé à la Faculté de médecine, comme membre titulaire.

### COMMUNICATIONS.

**I. Botanique.** — M. Vuillemin fait une communication sur des *Recherches nouvelles sur l'histologie des membranes des champignons.*

Il décrit l'*épaississement des spores endogènes dans les Ascomycètes et les Mucorinées.* L'épaississement de la membrane est centripète comme dans les cellules ordinaires Mais par suite de la concentration rapide du protoplasme de choix (idioplasme de Nägeli) consacré à former les spores, le dermatoplasme apparaît d'emblée avec une puissance considérable. C'est une couche apposée à sa face interne qui s'organise la première en membrane cellulosique (endospore). Ultérieurement, le dermatoplasme externe se contracte et revêt l'endospore d'une couche parfois réticulée qui se cutinise bientôt. Chez le *Saccobolus depauperatus,* les granulations dermatoplasmiques, qui se précipitent pour ainsi dire pour constituer l'épispore, sont déjà colorées au sein de l'épiplasma, en sorte qu'on peut suivre directement leur dépôt à la surface de l'endospore.

En règle générale, l'organisation de la membrane débute à la face interne du dermatoplasme et progresse vers le dermatoplasme non transformé. Dans les cellules ordinaires, le dermatoplasme s'épaissit progressivement de la périphérie vers le centre et l'accroissement de la membrane cellulosique est régulièrement centripète. La portion externe du dermatoplasme : lamelle moyenne, protoplasme des espaces intercellulaires ou épiplasma, s'organise plus tard, mais d'une façon différente, en une substance analogue à la cutine. Souvent cette couche externe, frappée d'un arrêt de développement, ne revêt jamais les attributs des assises protectrices. Dans beaucoup de sporanges, elle est adaptée au rôle expulsif.

Dans les asques, l'état latent des corps cellulaires, au moment de l'organisation tardive du dermatoplasme externe, ne permet pas à cette couche de se régénérer en même temps qu'elle se transforme. Telle est l'origine de la rétraction qui rend les spores libres dans le sporange. La naissance des ascospores est un phénomène de division cellulaire, non de formation libre. La différence entre les spores endogènes et exogènes résulte simplement du mode d'organisation du dermatoplasme.

M. Vuillemin donne ensuite quelques détails sur une nouvelle espèce d'Entomophthorée, parasite des moucherons, l'*Entomophthora glœospora*.

II. **Géologie.** — M. Bleicher présente à la Société le manuscrit de son *Guide du Géologue et du Lithologiste*, et résume les principaux éléments qui y sont contenus.

M. Friant, trésorier, expose la *Situation financière de la Société au 31 décembre 1886*.

*Le Secrétaire annuel,*
Saint-Remy.

---

## *Séance du* 16 *février* 1887.

Présidence de M. Charpentier.

*Membres présents :* MM. Bichat, Bleicher, Charpentier, Dumont, Fliche, Hecht, Kœhler, de Metz-Noblat, Saint-Remy, Schlagdenhauffen, Viller, Vuillemin.

*Élection.* — Après un rapport de M. Kœhler, M. le Dr Nicolas, professeur agrégé à la Faculté de médecine, est élu membre titulaire à l'unanimité des membres présents.

*Présentations.* — MM. Fliche et de Metz-Noblat présentent M. Boppe, sous-directeur de l'École forestière, comme membre titulaire.

MM. Bleicher et Thouvenin présentent M. Durand, professeur de l'École primaire supérieure, comme membre titulaire.

M. Schlagdenhauffen présente MM. Sidrot, Maringer, adjoints au maire de la ville de Nancy, de Barquin, ingénieur municipal, Léopold Lallement, ancien avoué, comme membres associés ; MM. F. Wurtz, membre de la Société de pharmacie de Paris, Reeb, pharmacien à Strasbourg, comme membres correspondants.

### COMMUNICATIONS.

I. **Physiologie.** — M. Charpentier fait une communication sur la *persistance des images rétiniennes*.

M. Charpentier a institué des *expériences sur la persistance des impressions rétiniennes*. — On sait que les impressions causées par les objets lumineux persistent un temps plus ou moins long après que la

lumière a cessé d'agir sur la rétine. Elles s'évanouissent graduellement, mais conservent au début leur intensité primitive. Pendant combien de temps cette intensité est-elle conservée? La réponse est différente suivant les auteurs; tandis que Plateau dit de 1/4 à 1/5 de seconde, Helenholtz dit de 1/30 à 1/48 de seconde. Cela tient à ce que des influences multiples font varier cette persistance, et ces influences ont été jusqu'ici mal étudiées.

Voici la méthode qu'a suivie M. Charpentier : un disque opaque tourne dans un plan horizontal avec une vitesse constante; dans ce disque sont découpés un nombre plus ou moins grand de secteurs égaux et séparés par des intervalles égaux. Ces secteurs passent successivement au-devant d'une fente éclairée par une lumière quelconque, lampe, rayons solaires, etc. L'œil qui regarde la fente la voit donc successivement éclairée et obscure, et si les alternatives de clarté et d'obscurité sont suffisamment rapprochées, la sensation devient continue. Connaissant la vitesse du disque et l'étendue des différents secteurs, on peut déterminer facilement la durée des intervalles obscurs et connaître par là la persistance des impressions lorsque celles-ci commencent à devenir continues.

1° *Influence de l'éclairage.* — On sait déjà que l'éclairage influe sur la persistance, mais dans quelle mesure, c'est ce qu'on ignore. On peut le déterminer en opérant avec une série de disques à secteurs de même étendue mais en nombre variable, et en déterminant pour chaque disque l'éclairage qui permet une fusion complète des impressions. On trouve que plus l'éclairage est faible et plus la persistance est grande, et qu'entre certaines limites cette persistance varie à peu près en raison inverse de la racine carrée de l'éclairage. L'auteur a vu, dans une première série d'expériences, la persistance varier de 16 à 243 millièmes de seconde pour des excitations de même durée.

2° *Influence de la durée de l'excitation.* — Même méthode, sauf qu'on opère dans ce cas avec des séries de disques à secteurs d'étendue différente, mais séparés par des intervalles constants. Plus l'excitation lumineuse est courte, plus la persistance est longue. En outre, la persistance semble varier en raison inverse de la racine carrée de la durée de l'excitation. Or, on sait, d'après une communication précédente de l'auteur, que la sensation lumineuse provoquée par des excitations de faible durée est proportionnelle à cette durée. On retombe donc en somme dans la loi précédente.

3° *Influence de l'adaptation lumineuse de la rétine.* — On sait que la rétine modifie sa sensibilité suivant l'éclairage ambiant; plus cet éclairage est faible, plus la rétine devient sensible; c'est ce qu'on appelle l'adaptation lumineuse. Or, la persistance des impressions subit, elle aussi, son adaptation ; elle est d'autant plus courte que la rétine est adaptée à un éclairage plus faible.

4° *Influence de la couleur.* — On a cru que la couleur avait une influence sur la persistance des impressions rétiniennes, mais les résultats des divers auteurs sont contradictoires. M. Charpentier a vu que ces contradictions tiennent à ce qu'on a négligé de tenir compte de l'intensité des couleurs expérimentées. La couleur n'a pas d'influence sur la persistance des impressions par sa nature même, mais seulement par son intensité.

II. **Botanique.** — M. Vuillemin expose ses *Recherches sur l'appareil reluisant* du *Schistostega osmundacea*[1].

Cet appareil consiste en arbuscules dressés sur le protonéma et composés d'articles dont chacun présente un contenu réfringent formant lentille et un protoplasme granuleux entourant cette sorte de cristallin d'une mince pellicule et s'épaississant à la partie postérieure, où il est niché dans une excroissance de la cellule. En pleine lumière, les corps chlorophylliens sont disséminés dans la substance granuleuse ; mais quand l'éclairement est peu intense, comme chez les exemplaires développés dans les crevasses de rochers, ils se concentrent au fond de la protubérance postérieure, s'y déforment réciproquement et y constituent une plaque pigmentée qui reçoit les radiations concentrées.

Les corps chlorophylliens ne sont donc pas disséminés sans ordre dans un protoplasme brillant ; ils sont toujours en dehors de la zone réfringente. C'est ainsi qu'ils font partie d'un appareil optique capable de réfléchir les radiations. Ce phénomène n'a rien de commun avec une phosphorescence.

L'appareil reluisant émet des corps disséminateurs composés de 2-3 cellules capables de germer aussitôt en donnant, soit un protonéma ordinaire capable de former une tige feuillée, soit des spores secondaires semblables aux premières.

*Le Secrétaire annuel,*
Saint-Remy.

---

*Séance du 1er mars* 1887.

Présidence de M. Volmerange.

*Membres présents :* MM. Arth, Bagnéris, Bertin, Bleicher, Blondlot, Brunotte, Charpentier, abbé Chevallier, Fliche, Guntz, Haller, Henry, Herrgott, Jaquinė, Kœhler, Le Monnier, de Metz-Noblat, Nicolas, Pérot père, Pérot fils, Prenant, Riston, Saint-Remy, Schlagdenhauffen, Thouvenin, Viller, Volmerange, Vuillemin, Wohlgemuth.

1. Ces observations sont publiées avec plus de détails dans le *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, p. 1. 1887.

M. le Président lit une lettre de M. le Dr Nicolas qui remercie la Société d'avoir bien voulu l'admettre au nombre de ses membres titulaires.

*Élections.* — M. Fliche fait un rapport sur la candidature de M. Boppe, sous-directeur de l'École forestière. M. Boppe est élu, à l'unanimité des membres présents, membre titulaire de la Société.

Quatre rapports sont faits successivement: par M. Schlagdenhauffen sur MM. Monal, licencié ès sciences, et Villedon, pharmacien-chef à l'hôpital militaire; par M. Thouvenin, sur M. Durand, professeur à l'École supérieure primaire; par M. Volmerange sur M. Bauer, ingénieur en chef des ponts et chaussées. Vingt et un membres prennent part au vote: MM. Monal, Villedon, Bauer sont élus membres titulaires à l'unanimité; M. Durand est élu par 20 voix.

M. Schlagdenhauffen fait un rapport sur les candidatures de MM. Sidrot, Maringer, adjoints au maire de Nancy; de Barquin, ingénieur municipal; L. Lallement, ancien avoué à Nancy, qui demandent à être admis comme membres associés; ces candidats sont élus à l'unanimité.

## COMMUNICATION.

**Botanique.** — M. Fliche fait une communication sur l'*influence de l'humidité fraîche sur la végétation forestière sur les bords du lac de Côme.*

M. Fliche entretient la Société d'un voyage botanique fait au printemps dernier dans le Valais et sur les bords du lac Majeur. Il avait déjà visité précédemment les lacs de Garde, de Côme et de Lugano qui forment, avec le lac Majeur, la région qualifiée d'Insubrienne par le Dr Christ dans ses remarquables études sur la flore de la Suisse. Elle forme un contraste parfait avec le Valais, tout en ayant l'une et l'autre ce caractère commun de renfermer dans leur population végétale un certain nombre d'espèces de la flore méditerranéenne, mais appartenant à deux facies distincts de celle-ci.

Le Valais, dans la région basse, jouit d'un climat sec et chaud, surtout aux expositions du midi et de l'ouest; il le doit à un vent local qui, chassant les nuages, maintient une sérénité complète de l'atmosphère, agissant comme le mistral dans le cours inférieur du Rhône. Il en résulte une flore qui possède les caractères de celles des steppes et qui rappelle ce qu'on voit dans les stations les plus sèches de la région méditerranéenne. Quelques végétaux, bien souvent d'ailleurs restes d'anciennes cultures ou échappés de celles-ci, le grenadier, l'amandier, le figuier de Barbarie, par exemple, lui appartiennent et se rencontrent en particulier sur les collines isolées au milieu de la vallée à Sierre et surtout à Sion; la nature du sol schisteux, assez souvent aussi gypseux, favorise les plantes des stations sèches parmi lesquelles on peut citer

en première ligne un *Artemisia*, plusieurs graminées, des *Stipa*, notamment un *Ephedra*. Plusieurs de ces végétaux présentent des caractères spéciaux au bas Valais, offrant ainsi un exemple intéressant d'endémisme généralement assez léger, mais bien accusé. Dans la région des lacs du versant italien, la flore est tout autre ; on trouve aussi des espèces méditerranéennes, quelques-unes fort intéressantes, comme le *Pteris cretica*, le *Diospyros lotus*, etc., mais ce sont des plantes de stations fraîches : toute la flore présente d'ailleurs un caractère remarquable d'exubérance de végétation due à ce que le climat est à la fois chaud et humide. Cette double condition fait que des plantes de la haute montagne, telles qu'*Alnus viridis*, *Spiræa aruncus*, se maintiennent à côté des formes de la région chaude, qu'elles sont les unes et les autres très vigoureuses, que des plantes communes en Lorraine, dans la plaine ou dans les Vosges, les *Silene nutans* et *S. rupestris* par exemple, prennent un facies remarquable, fort différent de celui qu'elles ont ailleurs. En terminant, M. Fliche rend hommage à la très grande exactitude des observations du Dr Christ ; il fait observer que le contraste offert par la végétation dans deux localités aussi voisines que le bas Valais et la région des lacs italiens, fournit un argument de plus à l'appui de ceux qu'il a déjà présentés dans diverses communications faites à la Société pour légitimer beaucoup de prudence dans la détermination de l'âge de dépôts tertiaires, quand ceux-ci sont disjoints et qu'on n'a pour se guider que des fossiles végétaux.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance du* 16 *mars* 1887.

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Bertin, Durand, Fliche, Floquet, Friant, Godfrin, Held, Klobb, Pérot père, Saint-Remy, Schlagdenhauffen, Villedon, Volmerange, Vuillemin.

### COMMUNICATION.

M. VUILLEMIN fait une communication sur les *Organes excréteurs de quelques phanérogames ;* il en donne la description. L'épiderme des Plombaginées, des Frankéniacées, des Tamariscinées présente des cellules glandulaires, dont le produit de sécrétion calcaire, gommeux ou résineux, s'écoule à travers des pores ménagés dans la paroi externe cutinisée. Ainsi s'explique l'aspect filamenteux de la substance calcaire qui a transsudé à travers cette sorte de filière chez les *Statice* et genres voisins, tandis que la théorie de MM. de Bary, Volkens, Woronin n'en tenait aucun compte. L'explication proposée par M. Maury est incom-

patible avec l'existence de la plaque imperméable qui empêche toute excrétion, sauf au niveau des pores.

Dans ces trois familles, les cellules poreuses font partie d'un appareil plus complexe, sorte de poil contracté, dont les assises cellulaires sont isolées par des cloisons obliques. La glande comprend des cellules basilaires ou annexes, au nombre de 4 chez les Plombaginées, de 2 seulement chez les Frankéniacées et les Tamariscinées et des cellules sécrétrices, isolées du parenchyme par les précédentes, au nombre de 8 dans la première famille, de 2 chez les autres. Les quatre cellules du rang interne possèdent chacune un seul pore chez les Plombaginées; les deux cellules sécrétrices des Frankéniacées et des Tamariscinées en offrent un grand nombre.

L'appareil glandulaire de ces diverses plantes, débordé par les cellules voisines, est en quelque sorte rentré dans la profondeur des tissus. Cette modification réalise une disposition analogue à celle des glandes épidermiques des animaux; le tissu sécréteur plonge dans le parenchyme dont il doit emprunter les produits pour les rejeter au dehors. C'est donc un poil par sa nature et par son origine, une glande par sa structure définitive et par ses fonctions; c'est un organe de plante amené par une adaptation à simuler les organes qui, chez les animaux, sont consacrés à une fonction équivalente.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance du 1er avril* 1887.

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Arth, Boppe, abbé Chevallier, Durand, Fliche, Guntz, Hasse, Hecht, Klobb, Millot, Le Monnier, Monal, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, Thouvenin, Viller, Volmerange, Vuillemin.

### COMMUNICATIONS.

I. Chimie. — M. KLOBB fait la communication suivante sur *quelques dérivés ammonico-cobaltiques :*

Depuis quelque temps, je me suis occupé principalement des sels cobaltiques dodécammoniés :

$$[CO^2, 12\,AzH^3] \times 6$$

et je vais faire un résumé rapide des faits nouveaux qui résultent de mes expériences.

Le *permanganate lutéocobaltique* $[CO^2, 12\,AzH^3]\,6\,MnO^4$ s'obtient lorsqu'on fait réagir 6 molécules de permanganate de potasse sur 1 molécule d'un sel lutéocobaltique, tel que le chlorure, le bromure et l'azotate. C'est une poudre violette qui peut cristalliser au sein de l'eau

sous forme de petits cristaux noirs, presque insolubles à froid, se dissolvant à chaud avec décomposition partielle. Ce sel est explosible, et par conséquent doit être manié avec précaution. Il fait explosion lorsqu'on le chauffe brusquement, et détone sous le choc du marteau. Ce sel, comme on va le voir, a la plus grande tendance à engendrer des sels doubles ou mêmes triples; il se combine, entre autres, avec le chlorure et le bromure lutéocobaltiques.

Le *bromopermanganate lutéocobaltique* $[CO^3, AzH^3]\ Br^4\ 2\ MnH^4$ se forme chaque fois que, dans la préparation du permanganate lutéocobaltique à l'aide du bromure, ce dernier sel a été employé en excès. On peut l'obtenir aussi en chauffant avec un peu d'eau le bromure et le permanganate solides, et faisant cristalliser. Ce sel est noir lorsqu'il est vu en masse, mais, vu au microscope, il est transparent et offre une coloration rouge-brun. Il est bien plus stable que le permanganate et ne jouit pas de propriétés explosibles.

Le *chloropermanganate lutéocobaltique* $[CO^3, 12\ AzH^3]\ Cl^4\ 2\ MnO^4$ a la plus grande analogie avec le dérivé bromé. Leurs formules sont identiques. Mais, à l'encontre de ce qui arrive habituellement, le dérivé chloré est beaucoup moins stable. Il ne s'obtient qu'avec difficulté et est décomposé très aisément par l'eau. Sa couleur, sa cristallisation, se confondent avec celles du dérivé bromé.

Enfin, lorsqu'on prépare le permanganate lutéocobaltique à l'aide du chlorure, il se produit, s'il y a un excès de ce dernier, un sel violet qui cristallise en tables hexagonales régulières. Il a une composition bien plus complexe que les précédents, et qui peut se représenter par la formule :

$$[CO^3, 12\ AzH^3] \begin{matrix} 4\ MnO^4 \\ Cl^3 \end{matrix} - 2\ KCl.$$

Cette constitution a été confirmée en faisant agir le chlorure de potassium sur le permanganate lutéocobaltique; le même composé prend naissance. En remplaçant KCl par $AzH^4Cl$, KBr, $AzH^4Br$, il se produit des sels analogues. Tous sont violets quand ils sont vus sous une épaisseur assez petite; l'eau les décompose; enfin ils ne sont pas explosifs.

II. **Zoologie.** M. Saint-Remy expose le résultat de ses *recherches sur la portion terminale du canal de l'épendyme chez les vertébrés.* Étendant aux différentes classes les investigations de Krause qui n'avaient porté que sur l'homme, il est arrivé aux conclusions suivantes. Chez les vertébrés, le canal de l'épendyme, en passant de l'état embryonnaire à l'état adulte, subit dans la portion terminale de la moelle des modifications moins considérables que dans les autres régions. Chez les mammifères jeunes, on observe, par suite d'un retard dans les phé-

nomènes d'oblitération à ce niveau, un élargissement du canal correspondant à ce que Krause a décrit chez l'homme adulte sous le nom de *ventricule terminal*; cet élargissement disparaît chez les adultes. Un pareil élargissement, contrairement aux suppositions de Krause, ne se retrouve pas chez les oiseaux, les batraciens et les poissons osseux.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance du 26 avril 1887.*

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Bleicher, Boppe, abbé Chevalier, Fliche, Hecht, Millot, Monal, Thomas, Thouvenin, Villedon, Viller, Volmerange.

*Présentation.* — MM. Fliche et Schlagdenhauffen présentent au titre de membre titulaire M. Mer, attaché à la station de recherches de l'École forestière.

### COMMUNICATIONS.

**Paléontologie.** — M. FLICHE fait une communication préliminaire sur *la faune et la flore de quelques tufs quaternaires du Nord-Est de la France*. Il rappelle les travaux dont les tufs de la même époque ont été l'objet en Provence, en Languedoc et dans les environs de Paris. Il fait ressortir le contraste existant entre la flore dont ces derniers renferment de nombreux débris et celle qui a été trouvée dans les lignites également quaternaires de Jarville, près de Nancy, et de Bois-l'Abbé, aux environs d'Épinal; tandis que la première révèle un climat légèrement plus doux et surtout plus égal et plus humide que celui de l'époque présente, la seconde ressemble à celle des hautes montagnes ou de l'extrême Nord. Comme les deux natures de dépôts n'ont été jusqu'à présent signalées qu'à d'assez grandes distances les unes des autres, il était possible de les considérer comme contemporaines.

Il y avait donc grand intérêt théorique à trouver des tufs à proximité des lignites, c'est ce qu'a fait M. Bleicher.

Deux dépôts de tufs, l'un à la Perle, près de Fismes (Marne), l'autre à la Sauvage, dans le grand-duché de Luxembourg, sont certainement quaternaires par tous leurs caractères de gisements de faune et de flore. La faune comprend surtout des mollusques; ils appartiennent à des espèces actuelles, mais parfois avec des caractères archaïques; en outre, quelques types récents, comme l'*Helix pomatia*, font complètement défaut et surtout la distribution géographique est très sensiblement différente de ce qu'elle est aujourd'hui. La flore présente des caractères identiques; quelques espèces ont émigré; comme le *Cerrus siliquastrum* à la Perle, le *Taxus baccata* à la Sauvage; le hêtre fait

défaut, les espèces et les variétés exigeant un climat égal et humide abondent. Le troisième dépôt rencontré par M. Bleicher est celui de Mousson, au-dessus de Pont-à-Mousson; son âge est plus douteux, cependant toutes les probabilités sont en faveur de l'attribution à l'époque quaternaire; il renferme les débris d'une flore semblable à celle qui a été rencontrée dans les précédents, cependant on n'y trouve pas jusqu'à présent d'espèce ayant abandonné complètement la contrée; l'absence totale du hêtre est d'autant plus remarquable et caractéristique que cet arbre est encore inconnu aux environs, qu'il formait l'essence presque exclusive des forêts qui couvraient les collines de la région avant l'intervention de l'homme. Si on considère combien les flores, celles de la Sauvage et de Mousson surtout, sont rapprochées des deux groupes montagneux des Ardennes et des Vosges auxquels on pouvait légitimement attribuer une influence locale de refroidissement pour expliquer les flores de Jarville et de Bois-l'Abbé, il devient difficile de conclure à la contemporanéité des flores si dissemblables des lignites et des tufs; la première aurait précédé la seconde, ce qui est d'ailleurs d'accord avec les résultats de la stratigraphie. On se trouve ainsi ramené aux idées de Heer sur une période de réchauffement qui, à l'époque quaternaire, aurait succédé à une première extension des glaciers et précédé une seconde; l'influence de celle-ci se trouverait pour notre part dans la flore de la base des tourbières en Champagne, puisqu'on y trouve, entre autres espèces, le pin sylvestre, arbre du Nord, qui n'y est plus spontané.

M. Bleicher présente et soumet à l'examen des membres de la Société une série de préparations microscopiques des *Foraminifères de l'oxfordien de Toul.*

*Pour le Secrétaire annuel,*
Thouvenin.

---

## *Séance du* 16 *mai* 1887.

Présidence de M. Volmerange.

*Membres présents :* MM. Arth, Barthélemy, Bleicher, Blondlot, Brunotte, Charpentier, Fliche, Godfrin, Guntz, Haller, Hecht, Millot, Monal fils, Nicolas, Prenant, Viller, Volmerange et Vuillemin.

*Élection.* — M. Fliche fait un rapport verbal sur la candidature de M. Mer, attaché à la station de recherches de l'École forestière et présenté comme membre titulaire. M. Mer est élu à l'unanimité.

### COMMUNICATIONS.

I. **Paléontologie.** — M. Bleicher fait part de sa récente découverte d'*oursin régulier dans le lias moyen.*

M. Bleicher a découvert récemment à Atton, près Pont-à-Mousson, un *horizon du lias moyen* caractérisé par un échinide régulier, le *Pseudodiadema minutum*. C'est la première fois que cette espèce d'oursin, qui se rencontre à Atton avec son test et ses radioles, a été signalée en Lorraine. Elle caractérise nettement la base de l'horizon si puissant de l'*Ammonites margaritatus*, et M. Bleicher, à l'aide d'une coupe de la colline de Mousson qu'il développe sur le tableau, indique les conditions de gisement de cet horizon qui est appelé à prendre rang parmi ceux qui sont déjà connus dans cette puissante formation. Il fait remarquer que ce fossile est accompagné d'une faunule de gastropodes, de lamellibranches de petite taille, de *Cypris* ou *Bandia*, de foraminifères qui sont à étudier.

II. **Zoologie.** — M. PRENANT offre à la Société sa thèse de doctorat en médecine et fait une analyse de ses recherches sur le tube séminifère des mammifères.

Cette communication est le résumé des recherches consignées dans un travail intitulé : *Études sur la structure du tube séminifère des mammifères. Recherches sur la signification des éléments qui le constituent.*

La « cellule de soutien » n'existe pas dans le tube séminifère de l'adulte. L'élément cellulaire qui la représente n'est ni l'origine d'un système de soutien qui contiendrait les éléments séminaux proprement dits, ni le support de la figure bien connue du spermatoblaste. Système de soutien et spermatoblaste sont dus à la coagulation d'une substance intercellulaire, ainsi que Mihalkovics l'a affirmé, il y a longtemps déjà. Il n'y a donc pas dans le tube testiculaire adulte deux sortes d'éléments séminaux et de soutien.

Pour trancher la question, l'auteur n'a pas pu se contenter de l'examen de l'état adulte. Il s'est adressé à l'histogénèse, cherchant si les éléments qui donnent naissance aux cellules de soutien sont autres que ceux qui produisent les éléments séminaux.

La glande génitale indifférente, le testicule à l'état embryonnaire, le testicule à l'état jeune, ont été dans ce but successivement examinés. Dans chacune de ces trois étapes du développement, le tube testiculaire présente une production de cellules morphologiquement faites comme les cellules de soutien de l'adulte, c'est-à-dire pourvues d'un noyau clair et d'un nucléole absolument caractéristiques. Dans le testicule jeune, ces cellules nucléolées disparaissent, et tous les éléments qui figurent dans le tube séminifère de l'adulte sont le résultat de la différenciation des éléments épithéliaux ordinaires du canalicule séminifère. Les cellules semblables à la cellule de soutien, que l'on peut nommer cellules nucléolées, sont, ce semble, non pas une sorte d'éléments, mais simplement une forme, très caractérisée il est vrai, vers laquelle tendent un certain nombre d'éléments du canalicule séminifère.

La conclusion générale de ce travail est celle-ci : Il n'y a dans le tube testiculaire qu'une seule sorte d'éléments, de formes seulement variables ; tous sont de la même famille cellulaire.

III. Anatomie. — M. Nicolas rapporte deux observations de *muscles surnuméraires chez l'homme.*

1° Un muscle présternal inséré, d'une part, en bas au niveau de la 5e côte sur l'aponévrose du grand pectoral et la partie adjacente du sternum et se continuant, d'autre part, par la majeure partie des fibres de son tendon supérieur avec le chef sternal du muscle sterno-cléido-mastoïdien.

Ce muscle présternal doit certainement être rattaché au sterno-mastoïdien et ne peut être expliqué d'une façon conforme aux idées actuelles que par l'hypothèse de M. Testut basée sur l'étude de la myologie des reptiles.

2° Un muscle situé dans la loge jambière postérieure. Il s'insère au péroné d'une part, dans la gouttière interne du calcanéum d'autre part. C'est un muscle péronéo-calcanéen interne. Mais il diffère des muscles de ce genre décrits jusqu'à présent par ce fait, qu'il donne naissance au fléchisseur propre du gros orteil, tandis que c'est d'habitude le contraire qui a lieu. Sa signification est celle d'un long fléchisseur accessoire. Les dispositions observées chez certains batraciens (Cryptobranches) donnent la clef de cette anomalie réversive.

IV. Chimie — M. Haller fait une communication sur une *nouvelle fonction de l'éther cyanacétique.*

En traitant 11 grammes d'éther cyanacétique étendu de son volume d'alcool absolu, par 2,3 de sodium dissous dans 15 fois son volume de même alcool, M. Haller a obtenu, au bout d'un instant, un magma volumineux qui, séché dans le vide, a donné par l'analyse des nombres répondant à la formule :

$$CAz\,CH\,Na\,CO^2C^2H^5.$$

Ce composé, presque insoluble dans l'alcool absolu, est soluble dans l'eau qui le décompose avec mise en liberté de soude caustique. Il attire facilement l'humidité et l'acide carbonique de l'air comme le fait le camphocyanate de soude.

M. Brunotte est chargé des fonctions de secrétaire annuel pendant l'absence de M. Saint-Remy.

*Pour le Secrétaire annuel,*
Brunotte.

## *Séance du 6 juin 1887.*

Présidence de M. Charpentier, vice-président.

*Membres présents :* MM. Bagnéris, Bichat, Boppe, Blondlot, Brunotte, Charpentier, Dumont, Durand, Floquet, Godfrin, Guntz, Held, Nicolas, Pérot père, Perrin, Prenant, Schlagdenhauffen, Simonin, Villedon, Viller et Vuillemin.

### COMMUNICATIONS.

I. **Physique.** — M. Blondlot fait une communication, avec expériences, sur la *double réfraction diélectrique*.

M. Blondlot a recherché si le phénomène de la double réfraction diélectrique apparaît et cesse en même temps que l'électrisation qui lui donne naissance, ou bien s'il existe un intervalle de temps entre les deux phénomènes. A cet effet, il a utilisé les oscillations électriques qui se produisent lorsque l'on décharge une batterie à travers une bobine ; il a constaté que les intermittences de la réapparition de lumière due à la double réfraction diélectrique s'intercalent entre celles qui sont dues à l'oscillation du plan de polarisation sous l'influence du courant de décharge. Il résulte de là que la modification du diélectrique qui donne lieu à la double réfraction se produit et cesse instantanément, ou, du moins, avec un retard inappréciable. On doit en conclure que la double réfraction diélectrique est bien un phénomène *primitif*, ayant une importance capitale pour la théorie des phénomènes électriques.

II. **Botanique.** — M. Le Monnier présente une note lue par M. Godfrin sur la *valeur morphologique de l'albumen chez les Angiospermes*. (Paraîtra *in extenso* dans le *Bulletin de la Société*.)

*Pour le Secrétaire annuel,*

Brunotte.

---

## *Séance du 16 juin 1887.*

Présidence de M. Volmerange.

*Membres présents :* MM. Arth, Brunotte, Dumont, Haller, Hecht, Klobb, Le Monnier, Millot, Nicolas, Villedon, Volmerange.

### COMMUNICATIONS.

I. **Chimie.** — M. Arth expose le résultat de ses recherches sur *l'amide de l'acide oxymenthylique*.

L'oxydation du menthol $C^{10}H^{20}O$ à l'aide du permanganate de potassium, m'a fourni un premier acide liquide que j'ai déjà eu l'honneur

de décrire autrefois devant la Société. En me fondant sur l'analyse du sel d'argent instable et des éthers méthylique et éthylique de cet acide, je lui ai attribué la composition $C^{10}H^{18}O^3$ (A. oxymenthylique).

Or, les deux éthers précités sont des corps liquides, éprouvant déjà une légère décomposition lors de leur distillation dans le vide et n'offrant pas, par suite, toutes les garanties désirables pour la détermination d'une formule. Celle de l'acide oxymenthylique ne possède donc jusqu'ici qu'un seul appui solide, c'est l'analyse de son sel d'argent (seul dérivé métallique qu'il m'a été possible d'obtenir cristallisé), avec laquelle concordent d'ailleurs bien les analyses des deux éthers.

Après quelques essais infructueux, j'ai réussi à préparer l'amide de mon acide, en abandonnant pendant plusieurs mois, à la température ordinaire, un mélange de l'éther éthylique avec de l'ammoniaque ordinaire et agitant de temps en temps. Lorsque l'éther a disparu en partie, on évapore la portion aqueuse à siccité au-dessus de l'acide sulfurique et l'on essuie dans du papier à filtre le résidu visqueux. Le papier enlève un corps incristallisable, qui n'est autre que le sel ammoniacal de l'acide oxymenthylique formé par une hydratation plus complète, et laisse une substance blanche, soluble dans l'eau, l'alcool, l'éther, que l'on purifie en la faisant cristalliser deux fois dans l'eau. On l'obtient alors sous forme de lamelles blanches, un peu cireuses, fondant à 90°-91°.

Voici les nombres fournis par l'analyse de ce corps :

| | Trouvé. | Calculé pour $C^{10}H^{19}AzO^2$. | Calculé pour $C^{10}H^{17}AzO^3$. |
|---|---|---|---|
| C. | 64.608 | 64.864 | 65.573. |
| H. | 10.384 | 10.270 | 9.289. |
| Az. | 7.537 | 7.567 | 7.65. |

La composition de ce nouveau dérivé cristallisé est donc complètement d'accord avec celle que j'avais attribuée auparavant à l'acide oxymenthylique et son analyse vient heureusement confirmer les dosages exécutés lors d'un précédent travail.

II. **Botanique.** — M. Le Monnier fait une communication sur la *constitution des ovaires uniloculaires à placentas pariétaux multiples*.

On considère, d'habitude, ces organes comme formés par le rapprochement et la concrescence de plusieurs feuilles carpellaires portant des ovules sur leurs bords. Il semble, par suite, que leur mode de formation est assez différent de celui des ovaires pluriloculaires à placentation axile ; ceux-ci dérivent, en effet, très directement, du pistil à carpelles libres et verticillés, dont ils ne diffèrent que par un phénomène de concrescence, tandis que l'interprétation ci-dessus rappelée tend à rapprocher les ovaires à placentas pariétaux de la disposition caractéristique des Gymnospermes, puisque l'on admet que, dans ce cas, les carpelles demeurent individuellement étalés.

M. Le Monnier fait observer qu'il existe des cas nombreux d'ovaires dont la cavité demeure unique, bien que les placentas y soient très voisins de l'axe de figure de la fleur. Ce cas relie l'une à l'autre les formes extrêmes. Si, d'une part, on imagine que les placentas se soudent, on passe à la placentation axile avec loges distinctes; si, d'autre part, on suppose une réduction de la saillie des placentas, on revient au type uniloculaire, à placentation pariétale.

Il est donc naturel de considérer les ovaires des deux sortes comme dérivant d'un type unique. Or, il n'est pas contestable que le type primitif du pistil pluricarpellé est le verticille de carpelles libres. Donc, on doit admettre qu'à cette forme a succédé d'abord l'ovaire unique pluriloculaire et qu'enfin les ovaires uniloculaires à placentas pariétaux représentent la forme la plus modifiée.

Cette conclusion est conforme à ce fait que les ovaires à placentation pariétale se rencontrent souvent dans des fleurs zygomorphes, évidemment très éloignées des formes primitives.

*Présentation.* — M. Guillemin, médecin-major au 37e de ligne, est présenté comme membre titulaire de la Société par MM. Villedon et Bleicher.

*Pour le Secrétaire annuel,*
BRUNOTTE.

---

## *Séance du 1er juillet 1887.*

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Blondlot, Brunotte, Dumont, Durand, Fliche, Floquet, Friant, Guntz, Heydenreich, Hecht, Klobb, Le Monnier, Millot, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, Thomas, Villedon, Volmerange, Vuillemin, Wohlgemuth.

*Élection.* — M. Villedon fait un rapport sur la candidature de M. Guillemin, médecin-major au 37e de ligne. M. Guillemin est élu, à l'unanimité, membre titulaire.

### COMMUNICATIONS.

M. NICOLAS fait une communication sur la *structure histologique des centres nerveux,* étudiée par le procédé du professeur Golgi (de Pavie). Ce procédé, qui, à sa connaissance, n'a pas été encore expérimenté en France, donne des résultats que l'on peut, sans exagération, qualifier de merveilleux. Malheureusement il est assez compliqué, surtout très long, et demande beaucoup de tâtonnements. M. Nicolas poursuit ses recherches qui seront publiées ultérieurement; il tient seulement pour le moment à attirer l'attention de la Société sur les quelques résultats d'un ordre général auxquels il est arrivé.

La *réaction noire* (bichromate de potasse et nitrate d'argent) montre les cellules nerveuses avec une netteté inouïe. Leurs prolongements protoplasmiques, comme tracés à l'encre noire, sur un fond clair, se dessinent admirablement et on peut les suivre à des distances considérables. M. Nicolas croit, sans oser toutefois l'affirmer expressément, que, conformément à l'opinion de Golgi, ces prolongements vont se mettre en rapport avec la paroi des capillaires.

Le prolongement cylindre-axe est aussi teint en noir; seulement et c'est en ceci que les recherches de M. Nicolas ne sont pas d'accord avec celles de Golgi, il ne l'a *jusqu'à présent jamais* vu affecter la forme et les dispositions importantes sur lesquelles Golgi s'est basé pour édifier une série de considérations physiologiques très originales et d'ailleurs très plausibles. Les recherches de M. Nicolas ne sont pas encore assez nombreuses ni assez variées pour lui permettre de contredire catégoriquement Golgi, mais en tous cas, les prolongements cylindre-axe ou tout au moins les prolongements qui, d'après les données de Golgi, peuvent passer pour tels et dont il montre quelques dessins à la Société, ne se ramifient pas et sont le plus souvent très courts et comme brisés. C'est sans doute là une simple difficulté de technique à surmonter.

Enfin, passant à l'application de la méthode à un point spécial d'histologie cérébrale, M. Nicolas cite ses quelques recherches relativement à l'écorce des circonvolutions cérébrales (chien, chat, mouton). Ici, il est tout à fait d'accord avec Golgi pour admettre que la *réaction noire* fournit des données *absolument* opposées à celles qui, depuis Meynert, règnent dans la science. On peut en effet constater par ce procédé que la division en couches (5 ou plus) n'existe pas. Si l'on veut cependant, on peut à la rigueur en décrire trois, comme l'admet Golgi, mais elles ne sont pas bien limitées et passent insensiblement de l'une à l'autre.

M. Guntz fait une communication sur la *chaleur de formation du zinc-éthyle.*

Le rôle important des radicaux organo-métalliques en chimie est bien connu. Nous ne possédons actuellement que fort peu de données thermo-chimiques sur ces composés. Je me propose de mesurer leur chaleur de formation et j'ai commencé ce travail par les mesures relatives au zinc-éthyle.

Pour y arriver, j'ai décomposé par une solution très étendue d'acide sulfurique ($H SO^4$ 1eq = 8 l) un poids déterminé de zinc-éthyle. Cette réaction est très difficile à effectuer calorimétriquement sur un poids notable de matière, tant à cause du dégagement gazeux qu'à cause de la chaleur dégagée.

Après de nombreux tâtonnements, j'ai pu cependant réaliser cette

décomposition d'une façon convenable aux mesures. On place dans le calorimètre un vase cylindrique en verre très mince d'une capacité de 400 centimètres cubes environ; à la partie supérieure est soudé un tube en T dont la grande branche est horizontale et munie d'un robinet; la branche verticale laisse passer à frottement doux la tige de l'écraseur. On remplit l'appareil d'eau et on y place deux ou trois ampoules pesées de zinc-éthyle (contenant chacune au maximum $0^g,600$ de substance). Ces ampoules sont remplies incomplètement, le système devant flotter à la partie supérieure du vase cylindrique rempli d'eau, on casse successivement les ampoules en ayant soin de laisser échapper chaque fois le gaz contenu dans l'appareil.

Dans ces conditions, les expériences sont très concordantes; j'ai trouvé que:

$$C^4H^5\,Zn \text{ liquide} + n\,SO^4H \text{ étendu (1eq} = 8l) = Zn\,SO^4 \text{ dissous} + C^4H^6{}_{gaz} + 39.7$$

39.7 moyenne des expériences donnant + 39°.4 + 39.8 + 39.8.

Dans les expériences citées, on a employé un grand excès de la solution acide; pour le ramener au cas normal $HSO^4$ (1eq = 4l), il y a un terme correctif à ajouter. D'après mes mesures, cette correction = + 0.5; donc

$$C^4H^5Zn \text{ liquide} + SO^4H \text{ (1 eq} = 4l) = Zn\,SO^4 \text{ dissous} + C^4H^6{}_{gaz} + 40^c.2.$$

Cette donnée permet de calculer la chaleur de formation du zinc-éthyle à partir des éléments, j'ai trouvé que:

$$C^4{}_{sol} + H^5{}_{gaz} + Zn = C^4H^5\,Zn \text{ liq} - 15^c.5.$$

Le zinc-éthyle est donc formé avec absorption de chaleur à partir des éléments. Calculons la chaleur dégagée dans la substitution de Zn à H dans $C^4H^6$; on trouve que:

$$C^4H^5 + Zn = C^4H^5\,Zn + H = - 21^c.2.$$

Il y a également absorption de chaleur et c'est ce qui explique pourquoi ce composé ne se forme pas directement par l'action du zinc sur $C^4H^6$.

Il y a, au contraire, un grand dégagement de chaleur dans la décomposition du zinc-éthyle en présence de l'eau:

$$C^4H^5\,Zn_{liq} + H^2\,O^2{}_{liq} = Zn\,OHO_{\,sol} + C^4\,H^6{}_{gaz} = + 28^c.5.$$

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance du 15 juillet 1887.*

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents:* MM. Barthélemy, Blondlot, Friant, Fliche, Godfrin, Hecht, Le Monnier, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, Volmerange.

Le procès-verbal de la dernière séance est lu et adopté.

## COMMUNICATIONS.

I. **Zoologie.** — M. Prenant présente une note préliminaire sur ses *Observations cytologiques sur les éléments séminaux de la Scolopendre* (*Scolopendra morsitans*). — L'étude cytologique des éléments séminaux doit à la présence dans ces éléments de formations très spéciales un intérêt tout particulier. L'origine et la signification de ces formations dont les principales sont le noyau accessoire (*Nebenkern*), le bouton de la pointe (*Spitzenknopf*), le capuchon de la tête (*Kopfkappe*), ne sont pas encore acquises à la science. La division cellulaire paraît également présenter dans les éléments séminaux des allures tout à fait spéciales. Il en résulte que la cytologie des éléments séminaux est plus intéressante que toute autre, et qu'elle a attiré notre attention à notre tour.

Nous avons étudié à ce point de vue la Scolopendre (*Scol. morsitans*) et un peu le *Lithobius*.

Les spermatogonies et spermatocytes (métrocytes de Carnoy) offrent çà et là un arrangement spécial de leur reticulum protoplasmique; ce sont des filaments contournés sous différentes formes; les extrémités d'un filament peuvent, en se rejoignant, donner naissance à un corps de forme définie, qui a la valeur d'un « Nebenkern ».

L'étude de la karyokinèse dans les métrocytes de la Scolopendre a conduit à quelques résultats dont voici les principaux. L'origine nucléaire du fuseau peut être appuyée en partie sur le fait suivant: alors que la membrane nucléaire existe encore, on constate déjà un arrangement nettement bipolaire des travées du reticulum caryoplasmique. Au niveau de la plaque équatoriale, la continuité entre les filaments du fuseau paraît s'établir par un reticulum achromatique. La karyokinèse peut évoluer tout entière sans le concours d'un fuseau parfait, c'est-à-dire avec un fuseau où l'état réticulé primitif de la substance achromatique a persisté en partie. La formation fusoriale peut n'être que centrale, le reticulum achromatique persistant dans la région périphérique du noyau.

La chromatine, au début de la karyomitose, peut se trouver répartie tout le long des filaments du fuseau, qui paraissent alors colorés dans toute leur longueur. Plus tard, la chromatine se partagera non pas en bâtonnets, mais en véritables grains ovoïdes.

Les modes de régression du fuseau achromatique paraissent multiples. Le fuseau peut devenir un boyau, paraissant gélifié, qui unit les deux cellules filles. D'autres fois ses filaments dissociés forment autant de petits ponts intercellulaires. D'autres fois encore, il se transforme en une tige qui unit les deux cellules sœurs ; cette tige d'union, d'abord annelée, devient lisse ensuite. Enfin, il peut se faire que chaque cellule entraîne avec elle la moitié correspondante du fuseau, qui

reste alors sur elle sous forme d'une pointe fusoriale, ainsi que Platner l'a indiqué chez les Gastéropodes. Je n'ai jamais vu cette pointe se transformer directement en nebenkern, comme l'a observé Platner, et je me rallierais plutôt à la transformation indirecte du fuseau en nebenkern, suivant l'opinion de La Valette Saint-George.

II. M. Saint-Remy fait sur la *structure du cerveau chez le Scorpion et la Scolopendre*, la communication suivante :

Grâce à un séjour que M. de Lacaze-Duthiers m'a permis de faire au laboratoire de Banyuls-sur-Mer, j'ai pu exécuter avec des matériaux plus abondants des observations plus complètes sur la structure interne du cerveau des Myriapodes et des Arachnides. Je veux simplement ajouter ici quelques faits à ceux que j'ai déjà signalés chez la Scolopendre et le Scorpion. (*Comptes rendus Ac. Sc.* 1886.)

Chez la *Scolopendra morsitans*, les cellules nerveuses peuvent être divisées essentiellement en deux groupes : les unes plus ou moins riches en protoplasma, les autres ne montrant nettement qu'un petit noyau très chromatique et correspondant aux « noyaux ganglionnaires » de Dietl. Ces dernières n'existent que dans la région optique du cerveau, comme je l'ai déjà remarqué chez les Arachnides et comme on peut le croire pour les autres Arthropodes d'après les figures et les descriptions des auteurs. Chez la Scolopendre elles forment un îlot de chaque côté dans la portion supérieure et externe de la face postérieure du lobe cérébral. Les autres cellules nerveuses sont également groupées autour de la substance médullaire en îlots sur la répartition desquels je ne veux pas insister ici. — Un fait à noter, c'est l'abondance d'éléments qui paraissent devoir être rapportés au tissu conjonctif : ce tissu conjonctif forme un revêtement épais entre le névrilemme externe et les cellules nerveuses ou la substance médullaire. L'abondance du tissu conjonctif dans le cerveau n'a rien qui doive nous étonner et a été signalée par Packard dans le cerveau de la Limule. — J'ai indiqué dans la région supérieure des lobes cérébraux une structure particulière de la substance médullaire. A la face supérieure du cerveau, de chaque côté, il se différencie un groupe de sphérules formées par cette substance médullaire dont le reticulum est plus serré. De ce groupe partent deux faisceaux de fibrilles ; l'un se dirige en dehors et un peu en bas pour aller s'éteindre dans l'îlot des noyaux ganglionnaires ; l'autre descend d'abord verticalement, puis se recourbe en dedans et remonte pour se terminer par un renflement tout près de la ligne médiane, à une faible distance de la surface de la substance médullaire. Il est difficile d'attribuer à cette formation une valeur physiologique ou morphologique certaine. Tout au plus peut-on songer à la rapprocher des corps fongiformes des insectes en raison de ses rapports avec les noyaux ganglionnaires.

Chez le Scorpion j'ai pu également observer une formation particu-

lière dans la région supérieure ou optique du cerveau. Cette formation paire est assez compliquée pour que sa disposition ne puisse être comprise sans figures. Elle ne paraît pas exister chez les Aranéides. — Je signalerai aussi l'existence à l'intérieur du cerveau du Scorpion de petits vaisseaux que j'ai pu injecter, nombreux surtout entre les couches cellulaires et la substance médullaire et dans celle-ci elle-même. — Je noterai enfin la présence, dans le noyau des grandes cellules nerveuses seulement, d'un gros nucléole achromatique à côté de petits nucléoles chromatiques : dans les doubles colorations à l'hématoxyline et l'éosine, le premier se colore par l'éosine, tandis que les autres retiennent l'hématoxyline.

La séance est levée à cinq heures et demie.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance du 16 novembre 1887.*

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Bagnéris, Barthélemy, Dumont, Fliche, Godfrin, Hecht, Millot, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, Volmerange, Vuillemin.

La Société vote l'échange de ses publications avec la *Feuille des Jeunes naturalistes*, à Paris.

### COMMUNICATIONS.

I. **Anatomie.** — M. NICOLAS présente à la Société une *observation d'apophyse sus-épitrochléenne* chez l'homme. C'est le deuxième cas de ce genre qu'il a rencontré cette année. (Voir *Comptes rendus de la Société de biologie*, février 1887.)

Cette fois, l'anomalie, qui d'ailleurs était *bilatérale* comme dans la première observation, consistait dans la présence, au niveau de la face interne de l'humérus, d'une petite saillie conique, haute de $4^{mm},5$, large à sa base de 3 millimètres et mousse à son sommet. Son axe est oblique en bas et en dedans et fait avec celui de l'humérus un angle d'environ 45°. Enfin sa distance au-dessus du fond de la trochlée est de 57 millimètres.

Des deux côtés, les dispositions étaient identiquement les mêmes, et en somme rappelaient absolument, sauf les dimensions, le premier cas précédemment signalé.

Les muscles ne présentaient rien de particulier dans leurs insertions, et le trajet des vaisseaux aussi bien que celui des nerfs étaient en tous points normaux.

II. **Zoologie.** — M. PRENANT communique des *Observations cytologiques sur les éléments séminaux des Gastéropodes pulmonés.*

M. Prenant range sous deux chefs ses observations, qui ont trait:

1° Aux cellules-mères (spermatogonies et spermatocytes), tant à l'état de repos qu'en voie de division;

2° Aux cellules spermatiques et à leur différenciation en spermatozoïdes.

1° A l'état de repos, les spermatogonies possèdent un « noyau accessoire » (*Nebenkern*), qui n'a pas, ce semble, une forme différente chez *Helix* et *Arion*, mais dont les figures, polygonale et pelotonnée, se rencontrant à la fois dans les deux genres, paraissent plutôt correspondre à des stades différents du développement de ce corps. Le mode de formation du *Nebenkern* paraît d'ailleurs être celui qui s'est présenté à l'auteur dans les cellules-mères de la scolopendre : le *Nebenkern* serait formé par l'agencement spécial de certains bâtonnets tortueux qui sans doute représentent des portions différenciées du reticulum cytoplasmique. Ces bâtonnets, à leur tour, pourraient bien dériver indirectement des restes du fuseau achromatique. Mais quant à affirmer avec Platner que le *Nebenkern* provient directement soit du fuseau achromatique, soit du peloton chromatique, l'auteur s'y refuse absolument.

2° Les cellules spermatiques non encore différenciées, les spermatides en un mot, présentent, elles aussi, un *Nebenkern*. Les principaux détails de structure qui marquent la transformation des spermatides en spermatozoïdes, sont les suivants:

Le protoplasma émet un filament, « filament séminal primaire », qui représente la partie d'origine extracellulaire du filament axile de la future queue. La portion intracellulaire de ce même filament se forme par la soudure de grains en une file longitudinale, suivant un processus que l'on a déjà décrit ailleurs. Le filament axile intracellulaire est séparé de la partie extracellulaire par un nodule grisâtre, qui sert à la distinction des deux parties. Tout autour de la portion intracellulaire du filament axile, le protoplasma se modifie çà et là pour devenir une enveloppe homogène réfringente, qui ne tarde pas à se découper en deux filaments à direction spirale. En certains endroits cependant, le protoplasma demeure granuleux et forme des sortes de boules dont l'une loge le *Nebenkern*.

Ces phénomènes ont été décrits par Platner; mais ce que cet auteur n'a pas suffisamment montré, c'est ce que devient le *Nebenkern*. Celui-ci n'est pas inutile, comme l'avait d'abord dit Platner; il n'a pas non plus une importance capitale dans la constitution de l'enveloppe spiralée, et d'une façon générale de l'organe moteur du spermatozoïde, comme Platner l'a soutenu ensuite. Le *Nebenkern* participe à la formation de l'enveloppe, mais ne fait que partager en cela le rôle du

protoplasma auquel il se trouve incorporé ; le *Nebenkern* peut en effet venir compléter l'enveloppe spiralée déjà produite en majeure partie par la différenciation du protoplasma homogène.

Le noyau de la spermatide est limité à son pôle profond par un épaississement formé de grains juxtaposés ; de ces grains, l'un plus gros sert d'attache au filament axile. Celui-ci paraît pénétrer dans le noyau excavé sans doute en capsule pour loger sa partie initiale ; cette partie initiale se compose d'habitude de deux grains situés l'un derrière l'autre ; cette structure a été indiquée par Jensen chez les Mammifères. La tête du spermatozoïde se montre entourée souvent d'une enveloppe spiralée qui dérive, elle aussi, du protoplasma ; cela a lieu quand le noyau n'a pu se dégager à temps du protoplasma.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance du 1er décembre* 1887.

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Bagnéris, Bleicher, Blondlot, Charpentier, Durand, Fliche, Nicolas, Prenant, Saint-Remy, Volmerange, Vuillemin, Wohlgemuth.

*Présentations.* — MM. Bleicher et Wohlgemuth présentent comme membre titulaire M. Liétard, licencié ès sciences.

MM. Vuillemin et Nicolas présentent comme membre titulaire M. le Dr Rohmer, professeur agrégé à la Faculté de médecine de Nancy.

MM. Bleicher et Schlagdenhauffen présentent comme membre titulaire M. le Dr Bucquoy, médecin-major de 1re classe au 79e de ligne, à Nancy.

### COMMUNICATION.

**Botanique.** — M. VUILLEMIN communique à la Société quelques remarques sur le genre *Syncephalastrum*, avec description d'une nouvelle espèce.

M. Vuillemin décrit sous le nom de *Syncephalastrum nigricans* une nouvelle espèce du genre récemment découvert par F. Cohn, et se distinguant du *S. racemosum* par la couleur grise que ses touffes doivent aux têtes sporangiophores noircissant après la chute des sporanges, par ses ramifications disposées sans ordre et non en ombelle, par l'extrême inégalité des tubes sporangiophores, des têtes et des sporanges eux-mêmes. Les tubes latéraux les plus grêles sont fréquemment circinés. Les sporanges cylindriques contiennent le plus souvent 5 spores de 2,5-3$\mu$ de large, mais parfois seulement 3 ou 2 spores beaucoup plus grosses. Les cloisons sont fréquentes sur les tubes fruc-

tifères et même à la base des têtes. La tête sphérique terminant un filament portait, outre des sporanges rudimentaires, trois tubes légèrement circinés et terminés par des têtes chargées de sporanges. M. Vuillemin avait décrit antérieurement un *Mucor Mucedo* qu'une anomalie semblable rapprochait des *Helicostylum*.

L'auteur insiste sur le trait d'union que le genre *Syncephalastrum*, par ses fruits de *Syncephalis* et par son mycélium robuste et privé d'anastomoses, et le *S. nigricans* en particulier, par son mode de cloisonnement et de ramification, établissent entre les tribus extrêmes des Mucorinées, les Mucorées et les Syncéphalidées.

Le *S. nigricans* s'est développé au laboratoire de bactériologie de la Faculté de médecine, sur de la gélatine sur plaque à air libre, et les préparations étudiées par M. Vuillemin lui ont été communiquées par M. le Dr Macé.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

---

## *Séance générale annuelle du 21 décembre 1887.*

Présidence de M. VOLMERANGE.

*Membres présents :* MM. Bagnéris, Barthélemy, Bichat, Bertin, Bleicher, Blondlot, Boppe, Brunotte, Chenu, Chevalier, Dumont, Durand, Fliche, Friant, Godfrin, Guntz, Haller, Hasse, Henry, Hecht, Held, Klobb, Le Monnier, Millot, Monal père, Monal fils, Pérot père, Schlagdenhauffen, Saint-Remy, Thomas, Thouvenin, Villedon, Volmerange, Vuillemin, Wohlgemuth.

Un grand nombre de personnes étrangères à la Société assistent à cette séance.

### COMMUNICATIONS.

I. **Botanique.** — M. P. Villemin fait une communication sur l'*étiologie des maladies parasitaires, à propos de quelques épiphyties observées récemment en Lorraine.* M. Vuillemin présente une série d'observations sur des maladies observées sur les plantes cultivées dans la région de l'Est. A côté de détails nouveaux sur la structure et la biologie des champignons qui en sont les agents, il cherche à préciser la part qui revient aux influences extérieures, tant au milieu inerte et aux conditions atmosphériques qu'au milieu vivant et à la concurrence vitale, dans l'apparition, le développement, l'extension des espèces pathogènes.

Un fait particulièrement remarquable se dégage de ces recherches : c'est qu'une espèce capable de provoquer les plus redoutables épiphyties pourra, si les actions extérieures sont favorables à ses adversaires, se

développer abondamment sans causer le moindre dégât. Certaines de ces maladies sont directement en rapport, dans leur extension et leur régression, avec les influences météorologiques. D'autres parasites deviennent de moins en moins sensibles à ces conditions à mesure qu'ils sont plus anciennement et plus fortement implantés soit sur un sujet, soit dans une localité, parce qu'ils modifient le terrain à leur profit et s'emparent de positions avantageuses.

Souvent plusieurs espèces de ces petits êtres conspirent à la perte d'une plante que chacun d'eux serait impuissant à ruiner ; d'autres s'entre-détruisent pour le plus grand profit de leur hôte.

Puisque les espèces pathogènes ne sont pas nécessairement redoutables et que le polymorphisme leur permet d'échapper à nos poursuites et de se propager en dehors de l'existence parasitaire, ce n'est pas assez de chercher à les exterminer. S'il est utile d'atténuer la multiplication et l'extension d'êtres capables de constituer une formidable armée ennemie prête à nous assaillir, il est plus utile encore de faire en sorte que les circonstances propices à leur développement ne se réalisent pas dans le corps des plantes qu'il nous importe de conserver ou autour de lui ; ces circonstances résultent d'un ensemble de facteurs dont la connaissance est du ressort de la géographie botanique et de la biologie générale.

Le développement des microbes qui envahissent le corps humain dans les maladies infectieuses est soumis aux mêmes lois que celui des parasites de plus grande taille. Mais comme bien des motifs nous empêchent de suivre les microbes hors de notre organisme avec autant de précision et de certitude que les champignons ordinaires, les médecins trouveront d'utiles enseignements dans l'évolution de ces derniers. Cette étude nous apprend que la présence d'un être vivant d'espèce déterminée est une condition nécessaire, mais non suffisante, de l'apparition des maladies parasitaires. S'il est avantageux de diminuer le nombre de ces ennemis, on peut dire pourtant que la plus mauvaise thérapeutique serait celle qui s'égarerait dans la poursuite exclusive des microbes. Il n'est pas moins important de bien connaître l'homme, les ressources de son organisme, les moyens d'en augmenter la résistance vitale, l'influence des actions extérieures et des causes banales, qui contribuent à faire de notre corps un terrain, une station botanique propice à l'extension des espèces parasites et pathogènes.

En somme, si la découverte de l'influence du monde des infiniment petits dans la genèse des maladies humaines a introduit un nouvel et important facteur dans les questions étiologiques, les lois de la botanique nous apprennent qu'il faut, plus que jamais, faire une étude approfondie de l'homme, tenir compte des enseignements de la physiologie et de l'hygiène, sans négliger les résultats de l'expérience des générations passées sur les relations qui s'observent entre la santé

publique et les actions accessoires, telles que de simples changements de température.

L'histoire naturelle, la biologie comparée acquièrent aujourd'hui une nouvelle importance comme base des études médicales. Si, en effet, des notions scientifiques toutes superficielles, dépourvues d'enchaînement, parce qu'elles ne visent qu'aux applications immédiates, semblent jeter du trouble dans les doctrines médicales, des recherches plus complètes, plus approfondies montrent avec une netteté chaque jour croissante qu'il y a un parfait accord entre la science et l'expérience.

II. **Paléontologie.** — M. THOMAS communique un mémoire sur la *filiation paléontologique d'un type de Coquille terrestre d'Algérie.*

(Forme ancestrale de l'*Helix* [*Leucochroa*] *candidissima*, Draparnaud.)

L'auteur a observé, dans les dépôts fluvio-lacustres mio-pliocènes des environs de Constantine, plusieurs gastéropodes terrestres qui semblent s'être perpétués, sur ce même point géographique, jusqu'à l'époque actuelle. Il montre, notamment, les affinités de l'*Helix semperiana*, Crosse, espèce mio-pliocène, avec l'*Helix* (*Leucochroa*) *candidissima*, Drap., actuellement si répandue dans toute la région circumméditerranéenne. Une forme de transition pliocène, l'*Helix* (*Leucochroa*) *subsemperiana*, Thomas, relie l'espèce mio-pliocène aux *Leucochroa*, Beck, quaternaires et actuels.

III. **Physique.** — M. BICHAT expose le résultat de ses recherches sur le *rôle des poussières de l'air dans la cristallisation des composés inactifs*, d'après M. Pasteur.

*Le Secrétaire annuel,*
SAINT-REMY.

# ÉTUDE

SUR

# LA SPHÈRE, LA LIGNE DROITE

## ET LE PLAN

Par A. CALINON

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

## CHAPITRE Ier.

### Propriétés élémentaires des figures sphériques.

#### § 1er. — *Ligne géodésique et cercle.*

**1.** Les recherches de Legendre sur le postulatum d'Euclide ont été, comme on sait, le point de départ de travaux très remarquables d'où il est résulté qu'en renonçant à ce postulatum on pouvait, sans rencontrer aucune contradiction, constituer une géométrie nouvelle à laquelle on donna le nom de géométrie extra-euclidienne : on vit bientôt que dans cette géométrie extra-euclidienne la géométrie sphérique était exactement la même que dans la géométrie des anciens ; il en résultait que la géométrie sphérique était indépendante du postulatum d'Euclide, conséquence qu'avaient déjà pressentie quelques géomètres de la fin du dernier siècle. Aujourd'hui on conçoit généralement la possibilité d'établir la géométrie sphérique, non seulement sans s'appuyer sur la théorie des parallèles, mais même sans invoquer la

géométrie plane : c'est ce point que nous allons mettre plus particulièrement en lumière dans la présente étude en abordant directement la géométrie sphérique.

Ajoutons d'ailleurs que la sphère, considérée comme porte d'entrée à la géométrie, présente divers avantages : l'établissement des premiers théorèmes est aussi simple sur la sphère que dans le plan ; la considération des figures supplémentaires donne sur la sphère, dès les éléments, un mode de corrélation extrêmement simple qui n'a pas son équivalent dans le plan ; le passage de la géométrie sphérique à la géométrie plane est immédiat ; enfin, sur la sphère, la question de l'infini ne se pose pas, de sorte qu'on évite toutes les difficultés qu'on rencontre en géométrie plane dès qu'on aborde la théorie des parallèles.

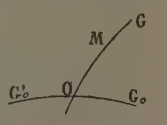
Ce travail étant, bien entendu, destiné aux personnes versées dans les mathématiques, nous passerons sous silence bien des théorèmes et des démonstrations et notamment les démonstrations qui seraient identiques à celles de la géométrie plane : il suffira pour notre objet qu'on voie bien clairement l'enchaînement des théorèmes et la possibilité d'intercaler dans la déduction ce que nous omettons.

**2.** Toute la géométrie repose sur l'idée première de l'égalité ; on admet qu'avant même de savoir comparer les diverses grandeurs que l'on rencontre dans les figures, on peut juger de l'égalité de deux figures, ou, ce qui revient au même, séparer dans une figure les deux éléments de position et de forme. Dans cet ordre d'idées on peut dire que deux figures égales sont deux positions différentes d'une même figure et l'on constate que deux figures sont égales en les confondant en une seule par un changement dans leurs positions respectives ; on dit alors qu'il y a coïncidence.

On définit souvent, en mécanique, solide invariable, un solide dans lequel deux points quelconques conservent leur distance ; cette définition n'est rigoureuse qu'en apparence, car si l'on considère la distance comme une longueur mesurable, on fait un cercle vicieux ; il faut, en effet, avant de mesurer des longueurs, savoir ce que c'est qu'une figure qui se déplace en conservant sa forme.

**3.** Nous désignerons d'une façon générale par la lettre S une surface identique à elle-même dans toutes ses parties, c'est-à-dire telle qu'une figure située sur S puisse y être déplacée arbitrairement sans déformation. Nous appellerons ligne géodésique ou simplement géodésique de la surface S une ligne située sur S et telle que par deux points de S il en passe toujours une et généralement une seule. Sur une même surface S toutes les géodésiques sont des lignes égales, car, si G et G′ sont deux de ces géodésiques, on peut toujours déplacer G′, par exemple, sur S sans déformation et amener deux de ses points sur G, G′ coïncide alors avec G puisque par ces deux points, pourvu qu'ils aient été choisis convenablement, il ne passe qu'une géodésique.

Lorsqu'une géodésique G tourne sur la surface S autour d'un de ses points O à partir d'une position initiale $G_0$, elle engendre un angle $GOG_0$ ; quand les deux angles $GOG_0$ et $GOG_0'$ sont égaux, ils sont droits et les deux géodésiques sont perpendiculaires. Pour les angles adjacents d'un même côté d'une géodésique, les angles opposés par le sommet, etc., les théorèmes et les démonstrations sont les mêmes qu'en géométrie plane.




**4.** Le déplacement de la géodésique G autour de son point O s'appelle une rotation ; si OM est un arc constant de cette géodésique, le point M, dans cette rotation, engendre un cercle de pôle O et de rayon OM. Il résulte évidemment de cette définition que, si le cercle est entraîné lui-même dans le mouvement de rotation dont nous venons de parler, il ne cesse de coïncider avec lui-même : un arc de cercle peut donc être déplacé, sans déformation, sur toute la circonférence de ce cercle.

Deux cercles de même rayon situés sur une même surface S sont évidemment égaux, car on peut déplacer l'un d'eux, sans le déformer, sur la surface S et l'amener à avoir même pôle que l'autre ; il y a dès lors coïncidence.

Dans un même cercle ou dans des cercles égaux : 1° à des angles au centre égaux correspondent des arcs de cercle égaux et réciproquement ; 2° à des angles au centre quelconques correspondent des arcs de cercle proportionnels. (Mêmes démonstrations qu'en géométrie plane.)

**5.** Nous avons dit que par les deux points P et $P_1$ de S il passe toujours une géodésique et généralement une seule (3), il peut donc dans certains cas en passer plus d'une : soient donc deux géodésiques G et G′ passant par P et $P_1$, et menons par P une troisième géodésique H faisant avec les deux premières les angles $\alpha$ et $\alpha'$. Coupons les trois géodésiques en M, M′ et N par un cercle de pôle P et de rayon quelconque, on a (4) $\frac{NM}{NM'} = \frac{\alpha}{\alpha'}$ et par suite $\frac{NM}{NM'}$ reste constant, quel que soit le rayon du cercle. Il en résulte que, lorsque le rayon varie, si deux des trois points M, N et M′ viennent à coïncider, le troisième point coïncide également avec eux ; donc les trois géodésiques G, G′ et H ont tous leurs points de rencontre communs, et toute géodésique passant par P passe aussi par $P_1$.

Le raisonnement qui précède montre que si le rayon PM du cercle diffère infiniment peu de l'arc $PMP_1$, les trois rayons égaux PM, PM′ et PN diffèrent infiniment peu des arcs $PMP_1$, $PM'P_1$ et $PNP_1$, donc ces trois arcs, limites de rayons égaux, sont égaux entre eux. Ainsi il passe par P et $P_1$ une infinité d'arcs géodésiques égaux.

Si, en particulier, on suppose $PM = P_1M$, le cercle considéré coupe tous les arcs égaux $PNP_1$, $PM'P_1$ en deux parties égales, d'où il résulte que ce cercle peut être considéré indifféremment comme ayant pour pôle P ou $P_1$, le rayon étant dans les deux cas $\frac{1}{2} PMP_1$.

Dédoublons par la pensée ce cercle en deux cercles égaux de pôles P et $P_1$ ; dans ces deux cercles égaux les angles au centre MPM′ et $MP_1M'$ interceptent des arcs égaux, l'arc MM′ dédoublé, ces deux angles sont donc égaux (4) ; ainsi quand deux géodésiques ont plusieurs points de rencontre elles se rencontrent toujours sous le même angle ; nous pourrons donc dire sans ambiguïté l'angle de deux géodésiques.

**6.** Supposons que dans la figure précédente la géodésique G′ tourne autour du point P, elle passera toujours par le point $P_1$ et

les deux angles GPG′ et $GP_1G'$ resteront égaux entre eux; ces deux angles deviennent donc ensemble égaux à deux droits et par suite, pour cette position de G′, l'arc $PG'P_1$ s'applique sur le prolongement de l'arc $PGP_1$ aussi bien au delà du point P que du point $P_1$; en d'autres termes l'arc $PG'P_1$, dans cette position, complète la géodésique G, laquelle est ainsi une courbe fermée composée de deux arcs égaux à $PGP_1$.

On en conclut que toutes les géodésiques passant par P se rencontrent seulement en un second point $P_1$ et que ces deux points P et $P_1$ divisent chaque géodésique en deux arcs égaux. Ce résultat est évidemment applicable aux géodésiques passant par un point quelconque R de la surface S considérée, puisqu'on peut déplacer la figure GPG′ sur cette surface de façon à amener le point P en R.

Ce qui précède nous montre que les géodésiques d'une surface S ne peuvent se couper en plus de deux points; les surfaces S se ramènent ainsi à deux types, celles dont les géodésiques ne se coupent qu'en un point et celles dont les géodésiques se coupent en deux points; ce sont ces dernières que nous appellerons sphères.

**7.** Ainsi la géodésique d'une sphère est une courbe fermée. Si sur une géodésique G on prend deux points P et $P_1$ qui la divisent en deux arcs égaux, ces deux points sont dits symétriques; toute géodésique passant par un point P passe aussi par son symétrique.

Deux géodésiques ne peuvent se couper qu'en deux points symétriques et par suite deux points non symétriques déterminent une seule géodésique.

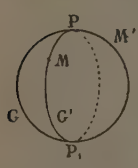
Lorsqu'une géodésique G tourne de deux angles droits autour d'un de ses points P et par suite aussi de son symétrique $P_1$ elle engendre toute la sphère, car si M est un point quelconque différent de $P_1$ les deux points P et M déterminent une géodésique passant par P et $P_1$ et cette géodésique est évidemment l'une des positions que prend la géodésique G dans son mouvement : donc G passe, dans la rotation, par un point quelconque M de la sphère et par suite l'engendre tout entière.

Il résulte évidemment de là que la sphère, engendrée par la rotation d'une courbe fermée tournant autour de deux de ses points, est une surface fermée.

Un cercle de pôle P a aussi pour pôle le point $P_1$ symétrique de P ; le cercle a ainsi deux rayons dont la somme est une demi-géodésique : quand ces deux rayons sont égaux on a ce qu'on appelle un grand cercle lequel a pour rayon le quart d'une géodésique ou un quadrans. Tous les grands cercles sont égaux entre eux puisqu'ils ont même rayon.

Lorsqu'un point P engendre une figure F, son symétrique engendre une seconde figure F′ dite symétrique de la première ; si l'on déplace la figure F′ sur la sphère elle est encore symétrique de forme, mais non de position par rapport à F.

**8.** Toute géodésique G étant une ligne fermée divise la sphère en deux parties H et $H_1$ ; dédoublons par la pensée cette géodésique en deux géodésiques G et G′ et supposons que, la géodésique G et la portion H de la sphère restant immobiles, la géodésique G′ tourne autour du point P et de son symétrique $P_1$ en entraînant la portion $H_1$ et arrêtons le mouvement lorsqu'un point M de G′ est venu en M′ sur G ; dans ces conditions les deux géodésiques G et G′ ayant deux points communs non symétriques P et M′ coïncident (7) à nouveau et la portion $H_1$ qui n'a cessé d'appartenir à la sphère est venue évidemment coïncider avec H. Donc :



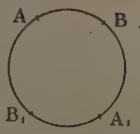

*Théorème.* — Une géodésique divise la sphère en deux parties égales. Ces deux parties sont des hémisphères.

Soit une seconde géodésique $G_1$, cette géodésique a nécessairement un arc dans chacun des hémisphères H et $H_1$, car si elle était située complètement sur un seul hémisphère elle diviserait évidemment la sphère en deux parties inégales, ce qui est impossible ; donc la géodésique $G_1$ située en partie sur l'hémisphère H et en partie sur l'hémisphère $H_1$ rencontre la géodésique G qui sépare H et $H_1$. Donc :

*Théorème.* — Deux géodésiques se rencontrent toujours ; nous savons déjà qu'elles se rencontrent en deux points symétriques (7).

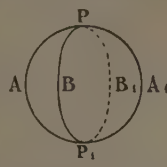
**9.** Une géodésique étant à elle-même sa symétrique (7) la figure symétrique d'un arc géodésique AB est évidemment un arc géodésique $A_1B_1$ ; mais les deux arcs $ABA_1$ et $BA_1B_1$ étant des

demi-géodésiques (7), ces arcs sont égaux entre eux ; en retranchant la partie commune $A_1B$ il vient $AB = A_1B_1$. Donc :



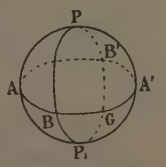

*Théorème.* — Deux arcs de géodésique symétriques sont égaux.

A un angle APB correspond comme figure symétrique un second angle $A_1P_1B_1$ ; mais les angles APB et $AP_1B$ sont égaux entre eux (5) ; il en est de même des angles $AP_1B$ et $A_1P_1B_1$ opposés par le sommet (3) ; les angles APB et $A_1P_1B_1$ sont par suite égaux. Donc :




*Théorème.* — Deux angles symétriques sont égaux.

**10.** Soient une géodésique G et deux autres géodésiques APA′ et BPB′ perpendiculaires à la première et se coupant en P : nous savons que la géodésique APA′, par exemple, est perpendiculaire à G à la fois en A et A′ (5). Cela posé, les arcs symétriques AB et A′B′ étant égaux (9) on peut déplacer la figure PAB sur la sphère et faire coïncider les arcs AB et A′B′ ; dans ces conditions AP prend la direction de A′P et BP la direction de B′P puisque les angles en A, B, A′ et B′ sont tous droits ; dès lors les deux figures PAB et PA′B′ coïncident ; on en conclut $PA = PA'$ et $PB = PB'$ ; donc toutes les géodésiques perpendiculaires à G passent par le milieu P de l'arc APA′ et PB est égal à la moitié d'une demi-géodésique, c'est-à-dire à un quadrans. Donc (7) :




*Théorème.* — Toute géodésique est un grand cercle et ses perpendiculaires passent toutes par les deux pôles P et $P_1$ de ce grand cercle.

Rappelons enfin ce théorème dont la démonstration est connue :

*Théorème.* — L'angle APB de deux géodésiques a pour mesure l'arc de grand cercle de pôle P intercepté entre ses côtés ou l'arc de grand cercle compris entre les pôles de ces deux géodésiques.

## § 2. — *Triangles sphériques.*

**11.** Les polygones sphériques et notamment le triangle sphérique se définissent à la manière habituelle ; rappelons que dans le triangle sphérique les côtés sont toujours, par définition, inférieurs à une demi-géodésique.

Nous avons dit (10) qu'un angle de sommet P est mesuré par l'arc qu'il intercepte sur la géodésique de pôle P : le quadrans correspond ainsi à l'angle droit et la demi-géodésique à deux droits, nous prendrons dans ce qui suit l'angle droit pour unité d'angle et le quadrans pour unité d'arc géodésique.

Soit un triangle ABC dont les côtés sont $a$, $b$ et $c$, le triangle supplémentaire A'B'C' de côtés $a'$, $b'$ et $c'$ s'obtient, comme on sait, en traçant des géodésiques avec les points A, B et C comme pôles ; il y a réciprocité entre ces deux triangles et leurs éléments sont liés par les relations $A + a' = B + b' = C + c' = A' + a = B' + b = C' + c = 2$.

Deux polygones symétriques ont leurs côtés et leurs angles respectivement égaux (9) ; mais les éléments égaux se présentant en ordre inverse, les deux polygones ne peuvent en général coïncider.

**12.** Les deux premiers cas d'égalité des triangles se démontrent immédiatement par la superposition ; nous nous bornerons à les énoncer.

*Théorème.* — Deux triangles sont égaux ou symétriques quand ils ont un angle égal compris entre côtés respectivement égaux.

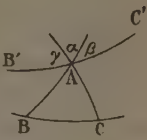
*Théorème.* — Deux triangles sont égaux ou symétriques quand ils ont un côté égal compris entre les deux angles respectivement égaux.

Un triangle ABC de côtés $a$, $b$ et $c$ est isoscèle quand on a $b = c$ ; si A'B'C' $a'$, $b'$ et $c'$ est le triangle symétrique, les éléments de ce triangle sont respectivement égaux à ceux du premier, de sorte qu'on a $b' = c'$ et le triangle est isoscèle ; on ne peut faire coïncider les deux triangles en portant A' sur A, B' sur B et C' sur C, mais on peut les faire coïncider en portant A' sur A, $b'$ sur $c$ et $c'$ sur $b$, car les triangles ont ainsi un angle égal, $A' = A$, compris entre côtés égaux $b' = c$ et $c' = b$ le tout se succédant dans

le même ordre ; on déduit de là $B' = C$ ou $B = C$ ; donc dans le triangle isoscèle ABC les angles opposés aux côtés égaux sont égaux.

Si l'on applique ce théorème au triangle supplémentaire on obtient le théorème réciproque.

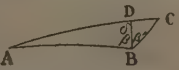
**13.** Soit un triangle ABC dont les trois côtés sont infiniment petits et s'annulent quand le côté BC vient en B'C' ; on voit que les angles du triangle ont respectivement pour limite les trois angles $\alpha$ $\beta$ et $\gamma$ situés d'un même côté de B'C' ; la somme de ces trois angles est donc deux droits (3). Donc :




*Théorème.* — Dans un triangle infiniment petit la somme des trois angles a pour limite deux droits.

*Corollaire.* — Dans un triangle infiniment petit un angle extérieur a pour limite la somme des deux angles intérieurs non adjacents et cet angle extérieur est plus grand que chacun de ces deux angles intérieurs.

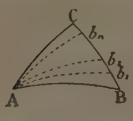
**14.** Supposons dans le triangle ABC les côtés $b$ et $c$ finis et l'angle A infiniment petit ; soit $b > c$ ; prenons $AD = c$ ; le triangle isoscèle ABD donne (12) $\beta = \delta$ ; mais on a dans le triangle infiniment petit BCD (13) $\delta > C$ ou $\beta > C$ et à plus forte raison $\beta + \beta' > C$ ; donc l'angle B opposé au plus grand côté $b$ est plus grand que l'angle C. Réciproquement si l'on a $B > C$ on en déduit $b > c$, car l'hypothèse $B > C$ exclut le cas de $b = c$ qui entraînerait $B = C$ et le cas de $b < c$ qui entraînerait $B < C$, on a donc forcément $b > c$.




Soit maintenant un triangle ABC dont l'angle A est encore infiniment petit, prolongeons le côté AC d'un arc $CB_1$ égal à CB ; $AB_1B$ est encore un triangle, car le côté $AB_1$ différant de AC d'une quantité infiniment petite est inférieur à une demi-géodésique (11). Le triangle isoscèle $CBB_1$ donne (12) $B_1 = \beta$ ; on en déduit $B + \beta > B_1$ et par suite dans le triangle $ABB_1$ le côté $AB_1$ opposé au plus grand angle $ABB_1$ est plus grand que le côté AB ; on a donc $AC + CB > AB$.

Soit enfin un triangle quelconque ABC ; divisons le côté BC en

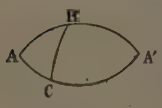
parties infiniment petites $Bb_1$, $b_1b_2$, $\cdots$ $b_nC$ : on a ainsi un réseau de triangles ayant ces parties pour bases et dans lesquels les angles en A sont infiniment petits ; mais ces triangles nous donnent, d'après ce qui précède, $AB < Ab_1 + b_1B$, $Ab_1 < Ab_2 + b_2b_1$ $\cdots$ $Ab_n < AC + Cb_n$ ; d'où, en ajoutant membre à membre, $AB < AC + CB$. Donc :




*Théorème.* — Dans un triangle quelconque chaque côté est plus petit que la somme des deux autres.

*Corollaire.* — Dans un triangle chaque côté est plus grand que la différence des deux autres.

**15.** Prolongeons jusqu'au second point de rencontre A′ les deux côtés AB et AC du triangle ABC ; on a dans le triangle BCA′ (14) $BC < BA' + CA'$ ; on en conclut que $AB + BC + CA$ est plus petit que $ABA' + ACA'$. Donc :




*Théorème.* — Dans un triangle la somme des côtés est inférieure à 4 quadrans.

Ce théorème et celui qui précède s'expriment par les formules

$$a < b + c \qquad a > b - c \quad \text{et} \quad o < a + b + c < 4$$

D'où l'on déduit pour les angles A′ B′ et C′ du triangle supplémentaire les formules

$$A' + 2 > B' + C' \qquad C' - B' < 2 - A' \qquad 2 < A' + B' + C' < 6.$$

*Théorème.* — Quand deux triangles ont un angle inégal compris entre côtés respectivement égaux, au plus grand angle est opposé le plus grand côté et réciproquement.

C'est exactement la même démonstration qu'en géométrie plane.

Soient deux triangles ABC et A′B′C′ ayant leurs côtés respectivement égaux $a = a'$, $b = b'$ et $c = c'$, on a forcément $A = A'$, car, d'après le théorème précédent, $A > A'$ entraînerait $a > a'$ et $A' > A$ entraînerait $a' > a$ ; dès lors les deux triangles ont un angle égal compris entre côtés égaux, donc (12) :

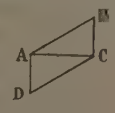
*Théorème.* — Quand deux triangles ont leurs trois côtés égaux ils sont égaux ou symétriques.

Ce théorème, appliqué aux triangles supplémentaires, devient :

*Théorème.* — Quand deux triangles ont leurs trois angles égaux ils sont égaux ou symétriques.

**16.** Ces théorèmes fondamentaux ainsi établis, les propriétés connues des triangles sphériques s'en déduisent sans aucune difficulté. Bornons-nous à rappeler que le fuseau compris entre deux demi-géodésiques, limitées à leurs intersections, a une aire proportionnelle à l'angle des deux géodésiques ; on en déduit par une démonstration très connue que l'aire d'un triangle est égale à son excès sphérique $A + B + C - 2$, le triangle trirectangle étant pris pour unité.

**17.** Soit un quadrilatère ABCD dont les côtés sont des arcs géodésiques infiniment petits et supposons $AB = CD$ et $BC = AD$ : la diagonale AC divise le quadrilatère en deux triangles qui sont égaux comme ayant leurs trois côtés égaux (15) ; ces deux triangles étant d'ailleurs infiniment petits, la somme des angles de chacun d'eux est égale à deux droits (13) ; on en déduit que la somme des angles du quadrilatère $A + B + C + D$ est égale à quatre droits ; on a ainsi $B = D$ et $A = C$, d'où $A + B = 2$.

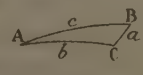



Cette figure jouit donc des mêmes propriétés que le parallélogramme plan : quand les angles sont droits on a les propriétés du rectangle.

**18.** Nous avons montré que dans un triangle un côté est inférieur à la somme des deux autres (14) ; on en déduit immédiatement que dans un polygone convexe, c'est-à-dire situé sur un même hémisphère par rapport à un quelconque de ses côtés, chaque côté est moindre que la somme de tous les autres.

On en déduit encore qu'une ligne polygonale convexe est plus grande qu'une ligne polygonale convexe qu'elle enveloppe et qui a mêmes extrémités.

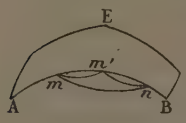
Nous supposons connue la définition de la tangente géodésique à une courbe sphérique et nous allons définir la longueur d'un arc de courbe.




Si dans un triangle ABC l'angle A est infiniment petit, le côté $a$ est également infiniment petit par rapport aux côtés $b$ et $c$ ; mais on a $b - c < a$ (14) ; ainsi les deux

côtés $b$ et $c$ diffèrent d'une quantité infiniment petite d'eux-mêmes.

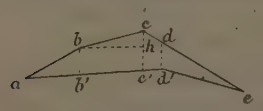
Soit maintenant un arc de courbe convexe AB; inscrivons dans cette courbe une ligne polygonale convexe dont les côtés sont des arcs infiniment petits géodésiques : si, doublant le nombre des côtés de cette ligne, nous remplaçons chaque côté $mn$ par deux autres $mm' + m'n$, la longueur totale de la ligne augmente (14) et va constamment en augmentant à mesure que les côtés tendent vers zéro. Mais cette longueur a cependant une limite puisqu'elle reste toujours inférieure à une ligne polygonale convexe AEB enveloppant la courbe.




C'est cette longueur limite qu'on appelle la longueur de l'arc de courbe AB; mais pour que cette définition soit légitime, il faut montrer que cette limite est indépendante de la loi d'après laquelle varie la ligne polygonale inscrite quand ses côtés décroissent indéfiniment.

Remarquons d'abord que dans la variation de cette ligne polygonale chaque côté en s'évanouissant devient tangent à la courbe, d'après la définition connue de la tangente.

Comparons maintenant deux lignes polygonales remplissant les conditions que nous venons d'indiquer; on peut comparer dans ces deux lignes les portions $ab$ et $ab'$, $bc$ et $b'c'$, $cd$ et $c'd'$, etc.; $bb'$, $cc'$ et $dd'$ étant perpendiculaires à $ad'$; ces parties respectives deviennent à la limite tangentes en un même point de la courbe; par conséquent l'angle $bab'$ est infiniment petit et la différence $ab - ab'$ est infiniment petite par rapport à $ab$ et $ab'$; de même si l'on prend $c'h = b'b$, la figure $bb'c'h$ est un rectangle infiniment petit et l'on a $bh = b'c'$ (17) : or l'angle $cbh$ tend évidemment vers zéro; donc la différence $bc - bh$ ou $bc - b'c'$ est infiniment petite par rapport à $bc$ et $b'c'$. En continuant ce raisonnement on voit que finalement la différence entre les longueurs des deux lignes polygonales inscrites est infiniment petite par rapport à ces longueurs; donc ces deux longueurs ont même limite.



**19.** On déduit immédiatement de ce qui précède les théorèmes suivants que nous nous bornerons à énoncer :

*Théorème.* — Le rapport d'un arc infiniment petit à sa corde géodésique a pour limite l'unité.

*Théorème.* — Le plus petit des deux arcs géodésiques qui joignent deux points d'une sphère est sur la sphère la plus courte distance entre ces deux points.

La courbe supplémentaire C′ d'une courbe sphérique C est, comme on sait, le lieu des pôles des géodésiques tangentes à C : à un arc infiniment petit de C correspond l'angle de deux tangentes infiniment voisines de C′, c'est-à-dire la courbure géodésique d'un arc infiniment petit de C′. La somme des courbures d'arcs partiels infiniment petits est la courbure géodésique de l'arc total et cette courbure $\varphi$ a pour mesure la longueur $l$ de l'arc correspondant de la courbe supplémentaire ; si A est l'aire de la courbe C supposée fermée et $\varphi$ sa courbure on sait que l'on a : $A = 4 - \varphi$ ; si $l$ est la longueur de C′ on a aussi : $A + l = 4$ puisque $\varphi$ est égal à $l$.

## CHAPITRE II.

## Trigonométrie sphérique.

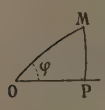
### § 1er. — *Lignes trigonométriques.*

**20.** Soit S la circonférence d'un cercle de rayon R, on a évidemment $S = f(R)$, et comme S s'annule avec R, on a dans un cercle de rayon infiniment petit : $s = f'(o)\, r$ ; c'est cette constante $f'(o)$ que l'on désigne ordinairement par $2\pi$ ; la formule $s = 2\pi r$ exprime que dans un cercle de rayon infiniment petit la circonférence est proportionnelle au rayon.

Nous mesurerons désormais les angles par le rapport de l'arc au rayon dans ce cercle infiniment petit ; l'angle de quatre droits correspondant à la circonférence totale a pour mesure $\frac{s}{r}$ ou $2\pi$,

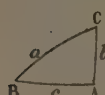
l'angle droit est alors $\frac{\pi}{2}$. Nous adopterons les mêmes mesures pour les arcs de géodésique, de sorte que le quadrans correspondant à l'angle droit aura pour mesure $\frac{\pi}{2}$.

**21.** Soit $\varphi$ l'angle de deux géodésiques se coupant en O; prenons sur l'un des côtés OM infiniment petit et abaissons MP perpendiculaire sur l'autre côté, nous définirons les lignes trigonométriques de l'angle $\varphi$ par les formules




$$\sin\varphi = \lim.\frac{MP}{MO} \qquad \cos\varphi = \lim.\frac{OP}{MO} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \lim.\frac{MP}{OP} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}.$$

Il résulte de là que dans un triangle rectangle infiniment petit on a, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur :

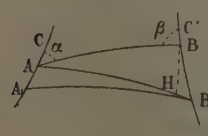



$$b = a\sin B \qquad b = a\cos C \qquad b = c\operatorname{tg} B$$

Ces formules s'appliquent également au cas d'un triangle rectangle infiniment petit dont les côtés sont non plus des arcs géodésiques, mais des arcs quelconques, car on peut remplacer ces arcs quelconques par leurs cordes géodésiques (19) et l'angle de deux cordes géodésiques devient à la limite l'angle des deux arcs, cela par définition.

Les lignes trigonométriques d'un arc géodésique sont celles de l'angle correspondant à cet arc.

**22.** Soit un arc géodésique dont les extrémités A et B décrivent deux courbes C et C′; prenons une position infiniment voisine $A_1B_1$ de cet arc; sa longueur $l$ est devenue $l + dl$; évaluons $dl$ en fonction des chemins $AA_1$ et $BB_1$ décrits par A et B; soient $\alpha$ et $\beta$ les angles de AB avec C et C′; traçons l'arc géodésique $AB_1$; $dl$ est évidemment la somme des deux différences $AB_1 - AB$ et $A_1B_1 - AB_1$; si nous traçons l'arc de cercle BH de pôle A, $B_1H$ représente la différence $AB_1 - AB$; mais on a dans le triangle



rectangle $BHB_1$ (21) $HB_1 = BB_1 \cos\beta$ ; on évaluerait de même la seconde différence $A_1B_1 - AB_1$ ; on a donc :

$$dl = AA_1 \cos\alpha + BB_1 \cos\beta$$

Cette formule est fondamentale ; rappelons quelques-unes de ses conséquences :

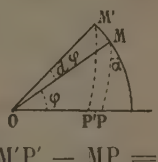
Si AB est constant et toujours normal à la courbe C, $dl$ est nul ainsi que $\cos\alpha$ ; $\cos\beta$ est donc nul aussi et par suite AB reste normal à la courbe C′ ; les courbes C et C′ sont parallèles.

Si AB reste normal à C sans que $l$ soit constant, on a $dl = BB_1 \cos\beta$.

Si AB est tangent à C et normal à C′, la formule devient $dl = AA_1$ ; ainsi l'accroissement de $l$ est égal à l'arc décrit par A.

**23.** Dans un triangle rectangle infiniment petit la somme des deux angles autres que l'angle droit est évidemment égale à $\frac{\pi}{2}$ (13), de sorte que si $\varphi$ est l'un de ces deux angles, l'autre est $\frac{\pi}{2} - \varphi$ ; on déduit très simplement de là la formule connue $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos\varphi$ d'après la définition même des lignes trigonométriques (21).

Cherchons la différentielle de la fonction $\sin\varphi$ : on a dans le triangle rectangle infiniment petit OMP : $\sin\varphi = \frac{MP}{OM}$ (21) ; quand $\varphi$ augmente de $d\varphi$, OM restant constant, le point M décrit un arc de cercle infiniment petit MM′ et l'on a :




$\sin(\varphi + d\varphi) = \frac{M'P'}{OM'}$ ; il vient donc $d\sin\varphi = \frac{M'P' - MP}{OM}$ ; mais MP étant un arc géodésique qui se déplace normalement à OP, on a (22) $M'P' - MP = MM' \cos\alpha = MM' \cos\varphi$, car les angles $\alpha$ et $\varphi$ ayant même angle complémentaire, OMP, sont égaux. Il vient ainsi $d\sin\varphi = \frac{MM'\cos\varphi}{OM} = \cos\varphi\, d\varphi$ (20), la dérivée de $\sin\varphi$ est donc $\frac{d\sin\varphi}{d\varphi} = \cos\varphi$.

On aurait de même $\frac{d\cos\varphi}{d\varphi} = -\sin\varphi$, ce que du reste on

peut obtenir immédiatement en prenant la dérivée de $\cos\varphi = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$.

**24.** La connaissance des dérivées de $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$ permet, comme on sait, d'établir toutes les propriétés de ces fonctions ; ce n'est plus là qu'une question d'analyse : nous nous bornerons donc à donner quelques formules parmi les plus usuelles. Les dérivées des fonctions $u = \sin^2\varphi$ et $v = \cos^2\varphi$ sont $u' = 2\sin\varphi\cos\varphi$ et $v' = -2\cos\varphi\sin\varphi$ ; on en déduit $u' + v' = 0$ et $u + v = \text{const.}$, c'est-à-dire $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = \text{const.} = 1$.

Les dérivées successives de $\sin\varphi$ sont : $\cos\varphi$, $-\sin\varphi$, $-\cos\varphi$, $\sin\varphi$, etc., et se reproduisent périodiquement de quatre en quatre ; on en déduit le développement en série :

$$\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{1.2.3} + \frac{\varphi^5}{1.2.3..5} - \cdots$$

On a de même :

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - \cdots$$

Les dérivées successives donnent également le développement en série de $\sin(\varphi + h)$ et $\cos(\varphi + h)$ ; on a par exemple :

$$\sin(\varphi + h) = \sin\varphi + h\cos\varphi - \frac{h^2}{1.2}\sin\varphi - \frac{h^3}{1.2.3}\cos\varphi + \cdots$$

ou :

$$\sin(\varphi + h) = \sin\varphi\left[1 - \frac{h^2}{1.2} + \frac{h^4}{1.2.3.4} - \cdots\right] + \cos\varphi\left[h - \frac{h^3}{1.2.3} + \frac{h^5}{1.2..5} \cdots\right]$$

c'est-à-dire : $\sin(\varphi + h) = \sin\varphi\cos h + \cos\varphi\sin h$.

On obtient de même la formule

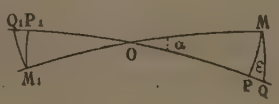
$$\cos(\varphi + h) = \cos\varphi\cos h - \sin\varphi\sin h.$$

Nous supposerons connues toutes les autres formules relatives à l'addition, la soustraction, la multiplication et la division des angles.

Lorsque $\varphi$ est infiniment petit, les développements en série donnent :

$$\varphi - \sin\varphi = \frac{\varphi^3}{6} \quad 1 - \cos\varphi = \frac{\varphi^2}{2} \quad \text{et par suite : } \operatorname{tg}\varphi - \varphi = \frac{\varphi^3}{3}$$

**25.** Soit un angle infiniment petit $\alpha$ ; prenons sur l'un de ses côtés l'arc $OM = x$ et abaissons sur l'autre côté la perpendiculaire $MP = z$ ; on a évidemment, quand le point M se déplace sur OM, $z = f(x)$ ; MP étant normal à OP, on a (22) : $dz = dx \cos OMP$ ; traçons MQ perpendiculaire à OM et soit $\varepsilon$ l'angle PMQ complémentaire de l'angle OMP ; on a alors $dz = dx \sin\varepsilon$, ou $dz = dx\,\varepsilon$, cet angle étant infiniment petit. Les arcs géodésiques MP et MQ respectivement perpendiculaires aux deux côtés de l'angle $\alpha$ ont leurs pôles $Q_1$ et $M_1$ sur ces côtés (10) ; l'angle $\varepsilon$ de ces deux arcs MP et MQ a donc pour mesure la distance $M_1Q_1$ de leurs pôles (10). D'ailleurs, cet arc $M_1Q_1$ passant par les pôles de MP et de MQ, a pour pôle le point de rencontre M de ces deux arcs, et par suite $M_1Q_1$ est perpendiculaire à $MM_1$ qui passe par son pôle (10). Abaissons $M_1P_1$ perpendiculaire à $OQ_1$, l'angle $P_1M_1Q_1$ étant infiniment petit, les deux côtés $M_1Q_1$ et $M_1P_1$ du triangle $P_1M_1Q_1$ diffèrent entre eux d'une quantité infiniment petite d'eux-mêmes (18) ; on peut donc poser $\varepsilon = M_1Q_1 = M_1P_1$ ; la formule $dz = dx\,\varepsilon$ devient ainsi $dz = dx\,M_1P_1$ ; mais $MM_1$ est égal à $\frac{\pi}{2}$ et par suite $OM_1$ est égal à $\frac{\pi}{2} - x$ ; on a donc $M_1P_1 = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ et $dz = dx\,f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, ou enfin :




$$f'(x) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \qquad (1)$$

Changeons $x$ en $\frac{\pi}{2} - x$ dans la formule (1), il vient :

$$f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = f(x) \qquad (2)$$

Différentions l'équation (1) en tenant compte de l'équation (2), on a :

$$f''(x) = -f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -f(x) \qquad (3)$$

En différentiant encore deux fois, il vient :

$$f'''(x) = -f'(x) = -f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \qquad (4)$$

$$f^{IV}(x) = f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = f(x) \qquad (5)$$

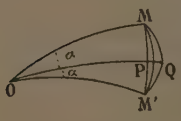
La quatrième dérivée reproduisant la fonction primitive, ces quatre dérivées se reproduisent périodiquement ; on obtiendra donc le développement en série de la fonction $z = f(x)$ en prenant les valeurs des dérivées pour $x = 0$ ; or pour $x = 0$, $f(x)$ est nul et $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ est égal à $\alpha$, on a donc :

$$z = f(x) = \alpha\left[x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2..5} - \cdots\right], \text{ c'est-à-dire (24)}$$

$$z = \alpha \sin x. \qquad (6)$$

Cette formule fondamentale contient, comme nous allons le voir, toute la trigonométrie.

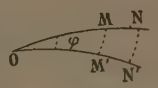
**26.** Dans la figure précédente, prolongeons MP d'une quantité égale PM′ et traçons du point O comme pôle l'arc de cercle MM′ qui correspond à un angle $2\alpha$, l'arc de cercle est évidemment compris entre l'arc géodésique MM′ et la somme MQ + QM′ (18) ; donc l'arc de cercle correspondant à l'angle $\alpha$ est compris entre MP et MQ, lesquels ne diffèrent entre eux que d'une quantité infiniment petite d'eux-mêmes ; on peut donc dans la formule (6) considérer $z$ comme l'arc de cercle de rayon $x$ correspondant à l'angle $\alpha$ ; mais cet arc étant proportionnel à $\alpha$ quel que soit l'ordre de grandeur de $\alpha$ (4), il en résulte que, d'une façon générale, l'arc de cercle est égal à l'angle correspondant multiplié par le sinus du rayon, ce que nous exprimerons par la formule :




$$s = \varphi \sin r$$

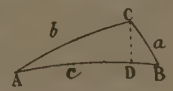
pour $\varphi = 2\pi$, on a la circonférence totale $s = 2\pi \sin r$. Pour $r$ très petit, on retrouve la formule $s = \varphi r$ (20).

**27.** On sait que la courbe supplémentaire d'un cercle de rayon $r$ est un second cercle de même pôle et de rayon $r' = \frac{\pi}{2} - r$; soit A l'aire de ce second cercle, on a, d'après une formule connue (19), $A + 2\pi \sin r = 2\pi$, ou $A = 2\pi(1 - \sin r) = 2\pi(1 - \cos r')$; la portion de cette aire comprise entre deux rayons faisant un angle $\varphi$ est évidemment proportionnelle à $\varphi$; supposons cet angle infiniment petit, on a : aire MOM' $= \varphi(1 - \cos r')$; si $r'$ augmente d'une quantité infiniment petite MN, $\varphi$ restant le même, la différentielle de l'aire MOM' est $\varphi \sin r'$ MN; or $\varphi \sin r' = MM'$; cette différentielle, c'est-à-dire l'aire MN M'N', a donc pour expression MN $\times$ MM'. Donc l'aire d'un rectangle infiniment petit sur la sphère (17) a pour mesure le produit de ses deux côtés; on en déduit, par le même raisonnement qu'en géométrie plane, que dans un triangle l'aire a pour mesure le demi-produit de la base par la hauteur : cette expression, qui est ainsi un infiniment petit du second ordre, représente l'excès sphérique d'un triangle infiniment petit (16).




### § 2. — *Formules relatives aux triangles.*

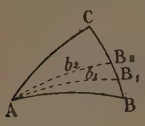
**28.** Soit un triangle ABC dont l'angle A est infiniment petit; abaissons du point C la perpendiculaire CD sur AB; on a dans le triangle ACD (25) : CD $= A \sin b$, et dans le triangle rectangle infiniment petit BCD (21) CD $= a \sin B$, d'où l'on déduit $A \sin b = a \sin B$ ou $\frac{\sin b}{\sin B} = \frac{a}{A}$; on établirait de même la relation $\frac{\sin c}{\sin C} = \frac{a}{A}$; on a donc finalement :




$$\frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \qquad \text{ou :} \quad \sin b \sin C = \sin c \sin B.$$

Prenons maintenant un triangle quelconque ABC et divisons-le en triangles élémentaires de sommet A et de bases infiniment pe-

tites $BB_1$, $B_1B_2$, $B_2B_3$, etc... ; on a, d'après ce qui précède, dans ces triangles qui ont en A un angle infiniment petit :




$$\sin c \sin B = \sin b_1 \sin B_1 = \sin b_2 \sin B_2 = \cdots\cdots = \sin b \sin C.$$

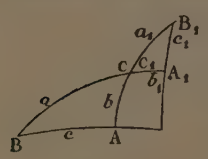
D'où l'on déduit $\frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$, et par suite :

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \qquad (1)$$

**29.** Supposons le triangle rectangle en A, les formules (1) donnent :

$$\sin b = \sin a \sin B \qquad \sin c = \sin a \sin C \qquad (2)$$

Pour avoir d'autres relations, déduisons du triangle rectangle




ABC un second triangle $A_1B_1C_1$ dans lequel le sommet $B_1$ est le pôle de AB et le côté $B_1A_1$ la géodésique de pôle B ; ce second triangle est évidemment rectangle en $A_1$ et ses éléments sont :

$$a_1 = \frac{\pi}{2} - b \qquad b_1 = \frac{\pi}{2} - a \qquad c_1 = \frac{\pi}{2} - B \qquad A_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$B_1 = \frac{\pi}{2} - c \qquad C_1 = C$$

Appliquons à ce triangle les formules (2), il vient :

$\sin b_1 = \sin a_1 \sin B_1$ ; c'est-à-dire : $\cos a = \cos b \cos c$ (3)

et $\sin c_1 = \sin a_1 \sin C_1$ ; c'est-à-dire : $\cos B = \cos b \sin C$ (4)

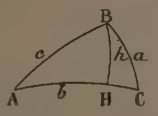
Multiplions membre à membre la première des équations (2) et l'équation (4), il vient :

$$\cos B \sin b = \cos b \sin a \sin B \sin C \quad \text{ou :} \quad \operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B \qquad (5)$$

Le second triangle donne de même :

$$\operatorname{tg} b_1 = \sin c_1 \operatorname{tg} B_1 \quad \text{ou :} \quad \operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B \qquad (6)$$

**30.** Soit maintenant un triangle quelconque ABC ; partageons-le par la hauteur BH en deux triangles rectangles BAH et BCH et posons $BH = h$ ; on a, dans le triangle rectangle BCH, d'après la formule (3) :




$$\cos a = \cos h \cos HC$$

et dans le triangle rectangle BAH :

$$\cos h = \frac{\cos c}{\cos AH};$$

on déduit de là :

$$\cos a = \frac{\cos c}{\cos AH} \cos HC = \frac{\cos c}{\cos AH} (\cos b \cos AH + \sin b \sin AH),$$

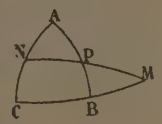
ou : $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \cos c \operatorname{tg} AH$ ; mais on a dans le triangle rectangle ABH d'après la formule (6) : $\operatorname{tg} AH = \operatorname{tg} c \cos A$ ; il vient donc finalement :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \qquad (7)$$

Les formules (1) et (7) servent de base, comme on sait, à la trigonométrie sphérique ; nous pouvons donc admettre toutes les conséquences que l'on en tire dans les traités ordinaires de trigonométrie.

**31.** Nous nous bornerons à démontrer le théorème des transversales dont nous aurons besoin dans le cours de cette étude.

Soit une géodésique coupant en MNP les trois côtés du triangle ABC : nous considérerons chaque rapport $\frac{\sin MB}{\sin MC}$ comme positif ou négatif, suivant que le point M est sur le côté même du triangle ou sur le prolongement de ce côté ; il suit de là qu'à une valeur algébrique du rapport $\frac{\sin MB}{\sin MC}$ correspond une seule position de M sur le côté BC.




On a successivement, en appliquant la formule (1) :

dans le triangle PBM : $\frac{\sin MB}{\sin PB} = \frac{\sin P}{\sin M}$

dans le triangle PAN : $\frac{\sin PA}{\sin NA} = \frac{\sin N}{\sin P}$

dans le triangle MNC : $\frac{\sin NC}{\sin MC} = \frac{\sin M}{\sin N}$

D'où en multipliant membre à membre et en tenant compte de notre convention sur les signes :

$$\frac{\sin MB}{\sin MC} \cdot \frac{\sin NC}{\sin NA} \cdot \frac{\sin PA}{\sin PB} = -1$$

La réciproque est vraie et se démontre comme en géométrie plane ; ainsi trois points M, N, P, satisfaisant à cette relation, sont sur une géodésique.

**32.** Soient encore dans un triangle ABC les trois transversales AM, BN et CP passant par les trois sommets et concourant en O ; la transversale BN donne dans le triangle ACM (31) :

$$\frac{\sin NA}{\sin NC} \cdot \frac{\sin BC}{\sin BM} \cdot \frac{\sin OM}{\sin OA} = -1$$

De même la tranversale CP donne dans le triangle ABM :

$$\frac{\sin CM}{\sin CB} \cdot \frac{\sin OA}{\sin OM} \cdot \frac{\sin PB}{\sin PA} = -1$$

D'où en multipliant membre à membre :

$$\frac{\sin MC}{\sin MB} \cdot \frac{\sin NA}{\sin NC} \cdot \frac{\sin PB}{\sin PA} = 1$$

Réciproquement, si les trois points M, N et P satisfont à la relation précédente, les trois géodésiques AM, BN et CP concourent. C'est la même démonstration qu'en géométrie plane.

### § 3. — *Applications à la géométrie sphérique générale.*

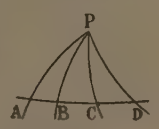
**33.** Toute la géométrie sphérique peut s'établir à l'aide de ce qui précède ; il ne saurait entrer dans le cadre de notre sujet de traiter cette géométrie ; nous nous bornerons donc à ébaucher très succinctement quelques théories, cela à titre d'applications.

Soient quatre points A B M $M_1$ situés sur une même géodésique, le rapport anharmonique $\lambda$ de ces quatre points est une expression de la forme $\frac{\sin MA}{\sin MB}$ :

$\frac{\sin M_1 A}{\sin M_1 B} = \lambda$ ; chacun de ces deux rapports $\frac{\sin MA}{\sin MB}$ et $\frac{\sin M_1 A}{\sin M_1 B}$ a un signe, ainsi que nous l'avons déjà expliqué (31), de sorte que si l'on se donne la valeur algébrique du rapport $\frac{\sin MA}{\sin MB}$ par exemple, le point M est bien déterminé ; pour la même raison, si, M étant donné, on se donne également $\lambda$, $M_1$ est bien déterminé. Donc :

*Théorème.* — Si l'on connaît le rapport anharmonique de quatre points et trois de ces points, le quatrième est déterminé.

**34.** Coupons par une transversale ABCD un faisceau de quatre géodésiques concourant en P ; nous allons évaluer le rapport anharmonique $\frac{\sin AB}{\sin AC} : \frac{\sin DB}{\sin DC} = \lambda$.

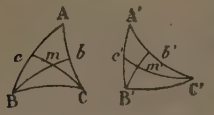



On a dans le triangle PAB (28) : $\sin AB = \sin \widehat{AB} \frac{\sin PA}{\sin B}$, l'expression $\widehat{AB}$ désignant, suivant l'usage, l'angle APB ; de même on a : $\sin AC = \sin \widehat{AC} \frac{\sin PA}{\sin C}$ ; d'où : $\frac{\sin AB}{\sin AC} = \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{AC}} \cdot \frac{\sin C}{\sin B}$ ; on a de même : $\frac{\sin DB}{\sin DC} = \frac{\sin \widehat{DB}}{\sin \widehat{DC}} \cdot \frac{\sin C}{\sin B}$ ; on a donc par conséquent : $\lambda = \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{AC}} : \frac{\sin \widehat{DB}}{\sin \widehat{DC}}$.

Il en résulte que le rapport anharmonique $\lambda$ ne dépend que des angles en P et est le même pour une transversale quelconque coupant le faisceau : $\lambda$ est ainsi appelé, pour cette raison, le rapport anharmonique du faisceau.

**35.** Ces principes établis, la théorie de l'homographie sur la sphère s'en déduit comme en géométrie plane ; deux points homologues $m$ et $m'$ de deux figures homographiques F et F′ sont

définis, par rapport aux triangles ABC et A′B′C′, au moyen des deux relations




$$\frac{\sin c'A'}{\sin c'B'} = \lambda \frac{\sin cA}{\sin cB} \quad \text{et} \quad \frac{\sin b'A'}{\sin b'C'} = \mu \frac{\sin bA}{\sin bC}$$

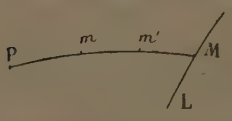
$\lambda$ et $\mu$ étant des constantes.

Cette transformation fait correspondre, comme on sait, une géodésique à une géodésique et conserve le rapport anharmonique.

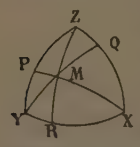
Soit $F_1$ la figure supplémentaire de F′, F et $F_1$ sont des figures corrélatives, c'est-à-dire qu'à un point $m$ de F correspond une géodésique de $F_1$ et inversement ; à quatre points de F situés sur une géodésique et ayant un rapport anharmonique égal à $\lambda$ correspond dans $F_1$ un faisceau de quatre géodésiques dont le rapport anharmonique est également $\lambda$.

On trouve très aisément en passant du triangle A′B′C′ au triangle supplémentaire $A_1B_1C_1$ les relations qui déterminent la géodésique L de la figure $F_1$ corrélative du point $m$ de la figure F.

Citons encore un cas particulier de l'homographie, celui de l'homologie dans lequel deux points homologues $m$ et $m'$ sont situés sur une géodésique passant par un point fixe P et où le rapport anharmonique des quatre points P $m$ $m'$ M est constant, le point M étant sur une géodésique fixe L.




**36.** On définit souvent la position d'un point M sur la sphère à l'aide de trois coordonnées homogènes $xyz$, ces trois coordonnées étant respectivement égales, dans le triangle trirectangle XYZ, à sin MP, sin MQ et sin MR, ou, ce qui revient au même, à cos MX, cos MY et cos MZ. Ces trois coordonnées sont évidemment liées par une relation; les deux triangles rectangles MPZ et MQZ donnent en effet : $x = \sin MP = \sin MZ \sin MZP$ et $y = \sin MZ \cos MZP$, d'où l'on tire : $x^2 + y^2 = \sin^2 MZ = 1 - \sin^2 MR$, ou : $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.



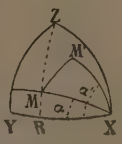

**37.** Cherchons, d'après cela, sur la sphère la distance sphérique de deux points M $(xyz)$ et M′ $(x'y'z')$ ; dans le triangle XMM′ on a :

$$\cos MM' = \cos XM \cos XM' + \sin XM \sin XM' \cos(\alpha' - \alpha),$$

c'est-à-dire :

$$\cos MM' = xx' + \sin XM \sin XM' (\cos\alpha \cos\alpha' + \sin\alpha \sin\alpha').$$

Mais on a dans le triangle rectangle XMR :



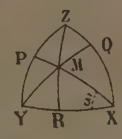

$\sin\alpha = \frac{z}{\sin XM}$, et de même $\cos\alpha = \frac{y}{\sin XM}$, $\sin\alpha' = \frac{z'}{\sin XM'}$, $\cos\alpha' = \frac{y'}{\sin XM'}$ ; on en déduit, après des simplifications évidentes :

$$\cos MM' = xx' + yy' + zz'.$$

L'équation $xx' + yy' + zz' = 0$, où M' $(x'y'z')$ est un point fixe et M $(xyz)$, un point variable, représente le lieu des points M dont la distance à M' est égale à $\frac{\pi}{2}$ ; c'est donc l'équation d'une géodésique de pôle M'. On verrait que réciproquement l'équation générale $Ax + By + Cz = 0$ représente une géodésique dont le pôle a pour coordonnées $\frac{A}{H}\frac{B}{H}\frac{C}{H}$, H étant égal à $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$.

On peut à l'aide de ces formules résoudre toutes les questions relatives aux géodésiques, intersections de deux géodésiques, angle de deux géodésiques, distance d'un point de la sphère à une géodésique, etc.

**38.** On détermine encore souvent sur la sphère la position d'un point à l'aide de ses deux coordonnées polaires $\rho = XM$ et $\omega = MXY$ : en considérant les triangles XMQ et XMR, on obtient immédiatement les formules suivantes dans lesquelles $xyz$ sont les coordonnées homogènes de M par rapport au triangle trirectangle XYZ :




$$z = \sin\rho \sin\omega \qquad y = \sin\rho \cos\omega \qquad x = \cos\rho.$$

Les formules inverses sont :

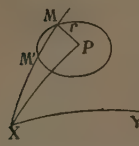
$$\sin^2\rho = y^2 + z^2 \qquad \cos\rho = x \qquad \operatorname{tg}\omega = \frac{z}{y}.$$

L'équation de la géodésique $Ax + By + Cz = 0$ devient, par exemple, en coordonnées polaires :

$$A\cos\rho + (B\cos\omega + C\sin\omega)\sin\rho = 0$$

ce qui est de la forme $\frac{1}{\operatorname{tg}\rho} = a\sin\omega + b\cos\omega$.

**39.** Cherchons encore en coordonnées polaires l'équation du cercle de pôle P $(\rho_0\ \omega_0)$ ; soit M un point quelconque $(\rho\ \omega)$ de ce cercle de rayon $r$ ; le triangle XMP donne :




$$\cos r = \cos\rho_0 \cos\rho + \sin\rho_0 \sin\rho \cos(\omega - \omega_0).$$

Telle est l'équation du cercle ; à une valeur donnée de $\omega$ correspondent deux rayons vecteurs XM et XM′ ; pour avoir ces deux rayons vecteurs, il suffit évidemment de résoudre l'équation précédente par rapport à $\rho$, $\omega$ étant considéré comme connu. Prenons comme inconnue auxiliaire $u = \operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho$ ; on sait qu'on a alors : $\sin\rho = \frac{2u}{1+u^2}$, $\cos\rho = \frac{1-u^2}{1+u^2}$. L'équation en $\rho$ devient alors :

$$\cos r\,(1+u^2) = \cos\rho_0\,(1-u^2) + 2\sin\rho_0 \cos(\omega - \omega_0)\,u$$

ou :

$$(\cos r + \cos\rho_0)\,u^2 - 2\sin\rho_0\cos(\omega - \omega_0)\,u + \cos r - \cos\rho_0 = 0$$

Les deux racines $u'$ et $u''$ de cette équation donnent les valeurs $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho'$ et $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho''$ pour les deux rayons vecteurs XM et XM′ ; mais on a :

$$u'u'' = \operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho'\ \operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho'' = \frac{\cos r - \cos\rho_0}{\cos r + \cos\rho_0} = \operatorname{tg}\frac{\rho_0 + r}{2}\ \operatorname{tg}\frac{\rho_0 - r}{2},$$

c'est-à-dire que le produit $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho'\ \operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho''$ est indépendant de $\omega$.

Dans le cas où le point X est extérieur au cercle, les deux racines deviennent égales quand XM est tangent au cercle et si l'on a $OM = \rho$, il vient : $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho'\ \operatorname{tg}\frac{1}{2}\rho'' = \operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\rho$.

**40.** Supposons, en particulier, qu'on prenne sur la tangente en M à un cercle de rayon $r$ une longueur infiniment petite MP ; élevons en P la perpendiculaire PNN′ ; on a, d'après ce qui précède, $\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\,MP = \operatorname{tg}\frac{1}{2}\,PN \operatorname{tg}\frac{1}{2}\,PN'$, ou, en remarquant que PN′ diffère infiniment peu de $2r$,

$$MP^2 = 2PN \operatorname{tg} r.$$

Considérons, en un point M d'une courbe quelconque, un cercle tangent; prenons sur la tangente commune MP infiniment petit et élevons en P une perpendiculaire qui coupe la courbe en N et le cercle en $N_1$; on a dans le cercle, d'après ce qui précède, $PN_1 = \frac{MP^2}{2 \operatorname{tg} r}$; mais,

dans la courbe, PN étant du second ordre, d'après une propriété connue de la tangente, on a $PN = k.MP^2$; on déduit de là $NN_1 = MP^2 \left[\frac{1}{2 \operatorname{tg} r} - k\right]$ et si l'on détermine $r$ par l'équation $\frac{1}{2 \operatorname{tg} r} = k$, $NN_1$ devient de troisième ordre; ce cercle particulier passe donc à une distance infiniment petite du troisième ordre de la courbe sphérique considérée, c'est le cercle osculateur en M.

**41.** Nous ne développerons pas davantage ces considérations; les quelques exemples que nous venons de donner suffisent pour montrer d'une façon bien nette qu'une fois les propriétés élémentaires des triangles sphériques et la trigonométrie sphérique établies, la géométrie sphérique se constitue, dans son ensemble, à l'aide de ces bases, sans qu'il soit jamais nécessaire d'y faire intervenir la ligne droite ou le plan.

Cette géométrie sphérique ainsi acquise d'une façon absolument indépendante de la géométrie plane, nous allons voir quel parti on peut en tirer pour définir la ligne droite et le plan et établir toute la géométrie plane.

---

## CHAPITRE III.

### Définition de la ligne droite et du plan.

---

§ 1er. — *Définition de la droite, d'après Euclide.*

**42.** Avant de montrer comment la connaissance préalable de la géométrie sphérique simplifie l'étude de la ligne droite et du

plan, nous allons tout d'abord rappeler la définition de la ligne droite telle que paraît l'avoir donnée Euclide.

On sait que parmi les propriétés d'une ligne ou d'une surface il y en a qui sont caractéristiques, c'est-à-dire qui s'appliquent à toutes les lignes et seulement aux lignes du genre considéré : ainsi la propriété du foyer et de la directrice est caractéristique des coniques.

Une propriété caractéristique d'un genre de courbes contient implicitement toutes les propriétés de ces courbes ; il en résulte que deux propriétés caractéristiques sont toujours réciproques.

D'après cela, la définition d'une ligne ou d'une surface consiste toujours dans l'énoncé d'une propriété caractéristique ; le choix de cette propriété est d'ailleurs lié à l'ordre que l'on adopte dans l'étude successive des courbes et des surfaces ; ce choix doit répondre aux deux conditions suivantes :

1° La définition ne doit énoncer que des rapports entre la nouvelle courbe ou la nouvelle surface et celles qu'on a étudiées antérieurement.

2° Il doit être évident, d'après les connaissances acquises, qu'à la propriété énoncée correspond bien un lieu géométrique formant une courbe ou une surface.

**43.** Mais on voit tout de suite que ces conditions d'une bonne définition sont irréalisables pour la première ligne ou la première surface qu'on étudie, puisqu'alors on ne peut s'appuyer sur aucune notion antérieure ; cette difficulté, remarquons-le bien, n'est pas inhérente à la ligne droite ou au plan ; on la rencontre dès le début, quelle que soit la première surface qu'on étudie en géométrie.

La définition de la première ligne ou de la première surface devra donc être l'énoncé d'une propriété où n'intervient que la ligne ou la surface en question.

Précisons par quelques exemples ce que cela veut dire.

Nous avons défini la surface S (3) une surface identique à elle-même dans toutes ses parties, c'est-à-dire telle qu'une figure qui y est située peut y être déplacée arbitrairement sans déformation : cette surface est ainsi définie par rapport à elle-même.

Dans le même ordre d'idées, on peut définir le cercle, consi-

déré comme première courbe, en disant : le cercle est une courbe fermée telle qu'un de ses arcs peut être déplacé sans déformation sur tout le pourtour de la courbe.

De même enfin, on peut définir la ligne droite une ligne telle que par deux points il n'en passe qu'une.

Cette propriété d'une ligne par rapport à elle-même peut évidemment être la propriété d'une figure où entrent plusieurs lignes du genre qu'on veut définir ; telle est, par exemple, cette propriété de la ligne droite, propriété relative à l'hyperboloïde réglé.

Un système S de trois droites étant donné, on place sur ces trois droites un autre système S′ de trois droites ; deux droites s'appuyant, l'une sur le système S, l'autre sur le système S′, se rencontrent.

Cet énoncé est plus complexe que les précédents, mais il n'y est question que de lignes droites.

**44.** La première ligne ou la première surface définie comme nous venons de le dire, il n'est nullement évident *à priori* qu'il existe une ligne ou une surface satisfaisant à la condition ou aux conditions énoncées, on est ainsi amené à admettre cette première définition comme légitime lorsque, prenant cette définition comme base, on peut pousser la déduction aussi loin que l'on veut sans jamais rencontrer de contradiction. Mais il faut remarquer qu'en adoptant ce point de vue on est conduit à une conception géométrique très générale, dans laquelle la géométrie euclidienne n'est qu'une géométrie particulière.

**45.** Euclide paraît définir la ligne droite :

*a*) Une ligne telle que par deux points il n'en passe qu'une.

Arrivé à la théorie des parallèles, il introduit son postulatum, auquel on peut donner la forme suivante : une droite L étant définie par deux points P et M, imaginons que le point M décrive une droite indéfinie XY ; lorsque le point M s'éloigne indéfiniment du côté de Y, L tend vers une position limite et cette droite limite s'appelle une parallèle à XY ; de même si M s'éloigne dans l'autre sens, vers X, la droite L devient encore parallèle à XY et, d'après le postulatum

d'Euclide, cette seconde position parallèle de L ne diffère pas de la première ; c'est ce qu'on exprime en disant :

*b*) Par un point P extérieur à une droite XY on ne peut mener à cette droite qu'une parallèle.

Enfin on introduit en géométrie un second postulatum en définissant le plan une surface telle que toute droite qui a deux points situés dans un plan y est située tout entière : cette définition impose en effet au plan beaucoup plus de conditions qu'il n'en faut pour le déterminer.

Ce nouveau postulatum peut s'exprimer sous la forme suivante :

*c*) La droite est la génératrice d'une surface telle que toute droite qui a deux points situés sur cette surface y est située tout entière.

Ces trois propriétés, *a*, *b* et *c*, admises, toute la géométrie euclidienne s'en déduit par le raisonnement pur ; il suit évidemment de là que ce sont ces trois propriétés réunies et non pas seulement la première qui constituent dans cette géométrie la définition complète de la ligne droite.

**46.** On sait, depuis les travaux de Legendre, qu'il est impossible de déduire la propriété *b* de la propriété *a* ; on a même montré, après Legendre, qu'en renonçant à la propriété *b* on pouvait établir, sans jamais rencontrer de contradiction, une géométrie nouvelle, la géométrie extra-euclidienne ; il résulte nettement de là que les propriétés *a* et *b* sont bien distinctes et que la seconde n'est pas la conséquence de la première.

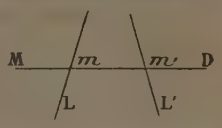
Nous allons voir au contraire que les trois propriétés *a*, *b* et *c* prises dans leur ensemble, ne sont pas complètement distinctes et que la première est implicitement comprise dans les deux autres.

**47.** La propriété *b*, ainsi que nous l'avons expliqué (45), exprime que par un point on ne peut mener qu'une parallèle à une droite donnée ; il en résulte que dans un plan toutes les droites qui passent par un point donné coupent une droite donnée sauf sa parallèle unique. La propriété *b* peut ainsi être remplacée par la propriété suivante :

*b'*) Dans un plan deux droites se coupent toujours ou sont parallèles.

Laissons maintenant de côté la propriété *a* pour nous en tenir seulement aux propriétés *b'* et *c*, et nous allons voir que la propriété *a* peut se démontrer.

Soient deux plans P et Q ayant deux droites communes L et L'; si M est un point du plan P, menons par M une droite D qui rencontre L et L' en *m* et *m'*; cette droite D ayant deux points *m* et *m'* situés dans le plan Q est, d'après la propriété *c*, située tout entière dans ce plan Q, lequel contient ainsi le point M; donc tout point M appartenant à l'un des deux plans appartient aussi à l'autre, et les deux plans coïncident. Donc :




*Théorème.* — Quand deux plans ont deux droites communes, ils coïncident.

Soit L l'intersection des deux plans P et Q; si *m* et *m'* sont deux points de cette intersection, une droite passant par *m* et *m'* a deux points sur chaque plan et par suite appartient aux deux plans (propriété *c*); il suit de là que par ces deux points il ne passe qu'une droite, car s'il en passait deux, les deux plans ayant deux droites communes coïncideraient, d'après le théorème précédent. Donc :

*Théorème.* — Par deux points on ne peut faire passer qu'une droite.

C'est la propriété *a* qui se trouve ainsi démontrée.

Il résulte également de ce raisonnement que l'intersection de deux plans est une droite.

**48.** Les propriétés *b'* et *c* sont donc suffisantes pour définir la droite euclidienne; par suite, si nous pouvions les réunir dans un seul énoncé, nous aurions une définition complète de cette ligne droite.

Nous avons vu que deux droites qui se rencontrent (47) déterminent un plan ou sont toujours situées dans un même plan; cela est encore vrai pour deux droites parallèles, puisque ce cas est un cas limite du cas général.

Soient donc deux droites concourantes ou parallèles L et L', lesquelles déterminent un plan P : si une droite D rencontre L et L', elle a deux points situés dans le plan P et par suite y est située tout entière (propriété *c*); prenons une seconde droite D' dans

les mêmes conditions ; les deux droites D et D′ situées dans un même plan P se rencontrent toujours ou sont parallèles (propriété $b'$) ; voilà donc les propriétés $b'$ et $c$ réunies et nous dirons en considérant le quadrilatère rectiligne formé par les quatre droites L, L′, D et D′ :

Lorsque dans ce quadrilatère les deux côtés opposés L et L′ se rencontrent (ou sont parallèles), les deux autres côtés D et D′ se rencontrent aussi (ou sont parallèles).

Cette propriété du quadrilatère à côtés rectilignes est donc une définition complète et unifiée de la ligne droite.

Mais, pour ne laisser subsister aucun doute sur ce point, nous allons montrer qu'on peut réellement déduire de cette définition les trois propriétés fondamentales $a$, $b$ et $c$.

**49.** Définissons donc la ligne droite :

Une ligne telle que dans un quadrilatère à côtés rectilignes, lorsque deux côtés opposés se rencontrent (ou sont parallèles), les deux autres se rencontrent aussi (ou sont parallèles).

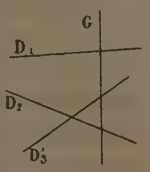
Nous donnerons à ce quadrilatère le nom de quadrilatère droit, par opposition au quadrilatère gauche, dont les côtés opposés ne se rencontrent pas.

Prenons une surface réglée S définie comme le lieu géométrique d'une génératrice rectiligne G qui s'appuie sur des directrices également rectilignes ; ces directrices $D_1$, $D_2$, $D_3$.... étant en nombre suffisant pour que la surface soit bien déterminée.

Supposons que deux de ces directrices $D_1$ et $D_2$ se rencontrent (ou soient parallèles) ; deux positions G et G′ de la génératrice rectiligne forment avec les droites concourantes ou parallèles $D_1$ et $D_2$ un quadrilatère droit ; mais les deux droites G et G′ rencontrant $D_1$ et $D_3$, le quadrilatère $GG'D_1D_3$, dans lequel les côtés opposés se rencontrent, est aussi un quadrilatère droit et $D_1$ et $D_3$ se rencontrent ou sont parallèles ; en continuant ce raisonnement de proche en proche, on voit que dans le cas considéré chaque directrice $D_1$ rencontre toutes les autres $D_2$, $D_3$....

Cela posé, soient deux surfaces S et S′ ayant les deux directrices $D_1$ et $D_2$ communes, et les autres différentes, $D_3$, $D_4$.... pour S ; $D'_3$, $D'_4$.... pour S′ ; nous supposons, bien entendu, que nous sommes dans le cas où $D_1$ et $D_2$ se rencontrent ou sont parallèles

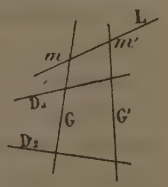
et que par suite $D_1$ et $D_2$ rencontrent à la fois $D_3$, $D_4$... et $D'_3$, $D'_4$.... Si G est une génératrice de S, s'appuyant par conséquent sur $D_1$ et $D_2$, G rencontre aussi $D'_3$ puisque $D'_3$ rencontre $D_1$ et $D_2$; G rencontrant ainsi une directrice quelconque de S' appartient à cette surface et par suite S et S' coïncident. Les deux directrices $D_1$ et $D_2$ concourantes ou parallèles déterminent donc une seule surface réglée.




C'est cette surface que nous appellerons plan.

**50.** Ainsi, de quelque façon que se déplace la droite G sur les deux directrices $D_1$ et $D_2$, elle engendre toujours le même plan P; il résulte de là que toute droite rencontrant $D_1$ et $D_2$ appartient à ce plan P.

Soient deux points $m$ et $m'$ du plan P, points situés sur deux génératrices G et G'; une droite L passant par $m$ et $m'$ rencontre évidemment $D_1$, puisque les côtés G et G' du quadrilatère $GD_1G'L$ concourent ou sont parallèles; on verrait de même que L rencontre $D_2$, par suite L, s'appuyant sur $D_1$ et $D_2$, appartient au plan P. Donc :




*Théorème.* — Toute droite qui a deux points situés dans un plan y est située tout entière.

C'est la propriété *c*.

Le raisonnement précédent montre que toute droite L du plan rencontre toujours les deux directrices $D_1$ et $D_2$ (ou leur est parallèle); par suite, deux droites quelconques du plan, s'appuyant sur $D_1$ et $D_2$, se rencontrent ou sont parallèles.

En partant de là et en raisonnant comme précédemment (47), on établit successivement les propositions suivantes :

*Théorème.* — Deux plans qui ont en commun deux droites, lesquelles sont nécessairement concourantes ou parallèles, coïncident.

*Théorème.* — Par deux points on ne peut faire passer qu'une droite.

C'est la propriété *a*.

*Théorème.* — L'intersection de deux plans est une droite.

Enfin, par un point P du plan menons une droite L parallèle à la droite XY, cette parallèle est unique, car s'il y en avait une se-

conde L' passant par P, toutes les droites du plan passant par P et situées dans l'un des angles de L et L' seraient sans point de rencontre possible avec XY et ne lui seraient pas parallèles, ce qui est impossible, puisque deux droites situées dans un plan se rencontrent ou sont parallèles (50). Donc :

*Théorème.* — Par un point on ne peut mener qu'une parallèle à une droite donnée.

C'est la propriété *b*.

Ainsi notre définition de la droite par la propriété du quadrilatère contient bien les trois propriétés *a*, *b* et *c* de la droite euclidienne. Il est bien entendu que, dans tout ce qui précède, le mot parallélisme a toujours le sens que nous lui avons donné au paragraphe 45, c'est-à-dire qu'il représente la rencontre de deux droites dont le point de rencontre s'éloigne indéfiniment.

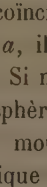
Nous ajouterons que, dans la propriété caractéristique du quadrilatère à côtés rectilignes, on considère le cas du parallélisme simplement comme possible, mais sans l'admettre *à priori :* les propriétés *a* et *c* une fois démontrées, l'existence du parallélisme s'établit comme nous l'avons indiqué précédemment (45) et l'on démontre alors que la parallèle est unique.

### § 2. — *Passage de la sphère au plan.*

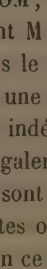
**51.** Nous allons voir maintenant comment on peut déduire de la géométrie sphérique la géométrie de la droite et du plan.

Ne prenons de la ligne droite que la propriété *a*, une droite est déterminée par deux points, en laissant de côté les deux autres propriétés *b* et *c :* cette propriété *a* suffit pour définir la sphère à la façon ordinaire, c'est-à-dire comme le lieu du point M lié au point fixe O par une portion de droite de longueur constante, O est le centre et OM le rayon. Montrons d'abord que cette surface est bien la même que celle que nous avons déjà définie sous le même nom (6). Si une figure est située sur la sphère du centre O, on peut évidemment faire pivoter cette figure autour du point fixe O et dans ce mouvement la figure reste toujours sur la sphère ; la surface sphérique est donc identique à elle-même dans toutes ses parties et elle répond à la définition que nous

avons donnée des surfaces S (3). Faisons maintenant tourner la sphère autour de son centre O et d'un de ses points M; dans cette rotation, la droite indéfinie OM ne cesse de coïncider avec elle-même, puisque, d'après la propriété $a$, il ne passe qu'une droite par les deux points O et M. Si nous prenons OM′ = OM, le point M′ appartient à la sphère et à la droite OM; ce point reste donc fixe dans le mouvement considéré. Traçons sur la sphère une géodésique passant par M et M′, suivant la définition que nous avons donnée des géodésiques d'une surface S quelconque (3); dans la rotation autour de OM, cette géodésique restera une géodésique de la sphère et passera toujours par les points fixes M et M′; l'existence sur la sphère de géodésiques se coupant en deux points M et M′ est ainsi établie; donc la sphère, d'après notre nouvelle définition, est bien une surface identique à elle-même dans toutes ses parties et sur laquelle des géodésiques peuvent se couper en deux points : nous retombons ainsi sur notre première définition (6) et les deux définitions sont par conséquent équivalentes.




**52.** Soit O le centre d'une sphère de rayon OM; supposons que cette sphère varie de telle façon que, le point M restant fixe, le centre O s'éloigne indéfiniment dans le sens OX sur la droite XY, la sphère tend alors vers une certaine surface limite S; si le centre O′ s'éloigne indéfiniment sur XY, mais dans le sens MY, il y aura également une sphère limite S′; ces deux sphères limites sont évidemment égales, mais elles peuvent être distinctes ou se confondre; ces deux hypothèses sont légitimes en ce sens que chacune d'elles est le point de départ d'une déduction géométrique qu'on peut poursuivre sans rencontrer de contradiction. Nous allons montrer que le cas où les deux sphères limites se confondent caractérise la géométrie euclidienne.




**53.** Soit P cette sphère limite commune aux deux séries de sphères O et O′; P est, comme la sphère, une surface identique à elle-même et l'on peut y déplacer une figure sans la déformer : mais de plus la surface P jouit évidemment de la propriété d'être retournable, c'est-à-dire qu'une figure située sur une face de P peut être placée sans déformation sur l'autre face.

Considérons sur P la géodésique de cette surface qui passe par les deux points $m$ et $m'$ : par ces deux points menons dans l'espace la droite $l$ qui jouit de la propriété $a$; cette droite $l$ doit être située sur la surface P, autrement en retournant la surface P, les points $m$ et $m'$ restant fixes, $l$ située d'un côté et en dehors de P passerait en $l_1$ de l'autre côté de P et il y aurait ainsi deux droites $l$ et $l_1$ passant par $m$ et $m'$, ce qui est impossible d'après la propriété $a$; ainsi la droite $l$ est située sur la surface P; elle en est évidemment la géodésique, puisque par deux points il n'en passe qu'une.

La géodésique de P jouit donc de la propriété $a$.

Elle jouit de plus de la propriété d'engendrer une surface P telle que si elle a deux points situés sur P, elle y est contenue tout entière. C'est la propriété $c$ et la surface P est alors un plan.

**54.** Considérons enfin sur une sphère une figure de dimensions infiniment petites, cela veut dire que les rapports de ces dimensions à la longueur d'une géodésique sont infiniment petits; les relations qui existent entre les éléments d'une telle figure lorsqu'on néglige les infiniment petits d'ordre supérieur deviendraient exactement vraies, si les rapports de ces éléments à la longueur d'une géodésique devenaient nuls; or, c'est précisément ce qui a lieu sur la sphère limite P pour toutes les figures de dimensions finies, car les rapports de ces dimensions à la longueur de la géodésique, longueur qui est infinie, sont rigoureusement nuls. De là cette conséquence importante que toute propriété vraie à un infiniment petit près dans une figure sphérique infiniment petite est rigoureusement vraie pour la figure analogue à dimensions finies de la surface P.

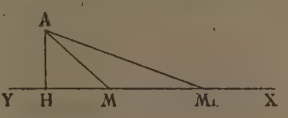
Nous pouvons, d'après cela, considérer comme démontré le théorème suivant (13) :

*Théorème.* — Dans un triangle plan quelconque, la somme des angles est toujours égale à deux droits.

**55.** Rappelons en quelques mots que ce théorème équivaut à la propriété $b$.

Prenons dans un plan un point A sur la perpendiculaire AH à la droite XY; menons l'oblique AM; prenons $MM_1 = MA$; d'après

le théorème précédent, l'angle aigu en M est égal à la somme des angles en A et en $M_1$ du triangle $AMM_1$ et comme ce triangle est isoscèle, on a $M_1 = \frac{1}{2} M$ ; en prenant de même $M_1M_2 = M_1A$, on aura $M_2 = \frac{1}{2} M_1$.




Ainsi dans ces triangles successifs, l'angle en M diminue de moitié de l'un à l'autre et par suite cet angle tend vers zéro. Mais dans le triangle rectangle HAM, l'angle A est le complément de l'angle en M ; par suite, quand ce dernier s'annule, l'angle en A a pour limite un droit ; donc la position limite de AM, quand le point M s'éloigne indéfiniment dans le sens HX, c'est-à-dire la parallèle, est perpendiculaire à HA ; il en serait évidemment de même si le point M s'éloignait dans le sens HY. Il y a donc en A une parallèle unique, laquelle est perpendiculaire à AH.

On retrouve ainsi la propriété *c*.

En résumé, si l'on admet que la sphère de rayon infini est une surface retournable, cette surface est le plan euclidien et sa géodésique est la droite euclidienne.

**56.** La géométrie plane se déduit, comme on sait, très simplement de la géométrie sphérique : le plan n'étant qu'une sphère de rayon infini, les figures planes jouissent de toutes les propriétés des figures sphériques, en tant que ces propriétés ne dépendent pas de l'ordre de grandeur des dimensions de ces figures. De plus, toute figure infiniment petite sphérique se transforme en une figure plane correspondante à dimensions finies jouissant des mêmes propriétés que la figure sphérique ; seulement les relations qui, dans la figure sphérique, sont vraies lorsqu'on néglige les infiniment petits, sont rigoureusement vraies dans la figure plane (54).

La trigonométrie plane, en particulier, se déduit de la trigonométrie sphérique en supposant que, dans cette dernière, les côtés des triangles sont infiniment petits ; on peut donc, dans les formules, remplacer le sinus ou la tangente d'un côté $a$ par ce côté lui-même et le cosinus de ce côté par $1 - \frac{a^2}{2}$ (24), cela en supprimant, bien entendu, les infiniment petits d'ordre supérieur.

Ainsi la formule (28) $\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$ devient en géométrie plane $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. La formule (29) relative aux triangles rectangles $\cos a = \cos b \cos c$ devient $1 - \frac{a^2}{2} = \left(1 - \frac{b^2}{2}\right)\left(1 - \frac{c^2}{2}\right)$ ou en supprimant les infiniment petits d'ordre supérieur $1 - \frac{a^2}{2} = 1 - \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{2}$, c'est-à-dire $a^2 = b^2 + c^2$.

**57.** Nous terminerons par une dernière remarque : c'est que si nous considérons sur la sphère deux figures supplémentaires donnant lieu à deux propriétés corrélatives, l'une de ces deux propriétés est une conséquence de l'autre ; si ces deux propriétés subsistent dans les deux figures lorsque celles-ci, cessant d'être supplémentaires, se réduisent à des dimensions infiniment petites, on est amené à deux propriétés également corrélatives des figures planes ; mais cette corrélation, qui fait dépendre ces deux propriétés l'une de l'autre, n'apparaît simplement que par l'intermédiaire de la sphère ; nous citerons notamment comme théorèmes corrélatifs les deux premiers cas d'égalité des triangles (12) qui sur la sphère se réduisent à un seul cas lorsque l'on considère des triangles supplémentaires ; il suit de là que dans le plan l'un de ces cas d'égalité entraîne l'autre.

---

## CHAPITRE IV.

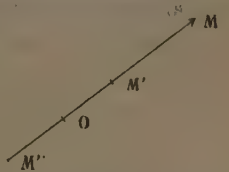
## Équations de la droite et du plan.

### § 1er. — *Coordonnées dans l'espace.*

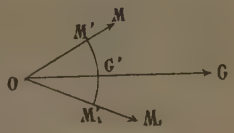
**58.** Laissons de côté ce que nous avons dit dans le précédent chapitre sur la ligne droite et le plan et abordons la question d'une autre façon.

Donnons-nous seulement comme point de départ la propriété *a* de la ligne droite (45) et supposons acquise la géométrie sphérique avec la seconde définition que nous avons donnée de la sphère (51) : il est bien évident qu'avec ces seules données nous laissons provisoirement de côté et le postulatum d'Euclide (propriété *b*, 51) et l'existence du plan (propriété *c*, 51).

Joignons un point quelconque M de l'espace au centre O de la sphère et soit M′ le point où le rayon vecteur OM, c'est-à-dire la droite qui joint les points O et M, perce la sphère ; nous ne parlons, bien entendu, ici que de la droite jouissant de la propriété *a* : soit *m* la longueur OM : le point M dans l'espace est évidemment déterminé quand on se donne la position du point M′ sur la sphère et la valeur de *m* : si l'on adjoint cette valeur de *m* au point de la sphère M′, on a sur cette sphère ce que nous appellerons un point numérique (M′*m*). Un point de l'espace est donc défini par un point numérique de la sphère : la valeur *m* peut d'ailleurs être algébrique ; dès lors, si M″ est sur la sphère le point symétrique de M′, le point M de l'espace est représenté, soit par le point numérique (M′*m*), soit par le point numérique (M″ — *m*).




**59.** Soient deux points de l'espace M et $M_1$ correspondant sur la sphère aux deux points numériques (M′*m*) et ($M'_1 m_1$), *m* et $m_1$ étant les valeurs des rayons vecteurs OM et $OM_1$ : soit (G′*g*) un troisième point numérique situé sur l'arc géodésique $M'M'_1$ de la sphère et défini par les relations :




$$\frac{\sin G'M'}{m_1} = \frac{\sin G'M'_1}{m} = \frac{\sin M'M'_1}{g}.$$

Ce point (G′*g*) ainsi défini en position G′ et en nombre *g* est le résultant des deux points (M′*m*) et ($M'_1 m_1$) ; ce point numérique (G′*g*) détermine dans l'espace un certain point G situé sur la droite OG′ et tel que OG = *g* : ce rayon vecteur est ce que nous appellerons la résultante des deux rayons vecteurs OM et $OM_1$.

Déterminer le résultant $(G'g)$ des points $(M'm)$ et $(M'_1 m_1)$ ou la résultante OG de OM et de $OM_1$ c'est composer ces deux points ou ces deux rayons vecteurs : la composition des rayons vecteurs dans l'espace est donc le même problème que la composition des points numériques sur la sphère.

Nous appellerons angle de deux rayons vecteurs OM et $OM_1$ l'arc géodésique compris entre les points M′ et $M'_1$ où ces rayons vecteurs rencontrent la sphère.

La relation précédente devient ainsi pour les rayons vecteurs :

$$\frac{\sin \widehat{GM}}{m_1} = \frac{\sin \widehat{GM_1}}{m} = \frac{\sin \widehat{MM_1}}{g}$$

la notation $\widehat{GM}$ représentant, comme on sait, l'angle GOM, c'est-à-dire l'arc G′M′.

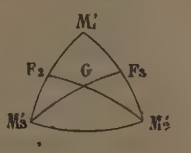
Si, admettant la théorie des parallèles, on considérait OG comme la diagonale du parallélogramme construit sur OM et $OM_1$, on aurait les mêmes formules que ci-dessus et OG serait la résultante de OM et $OM_1$ dans le sens ordinaire de ce mot. Mais, malgré cette identité apparente, il importe de remarquer que la composition, telle que nous l'avons définie à l'aide de la sphère et de la droite réduite à la propriété $\alpha$, est absolument indépendante de la théorie des parallèles.

**60.** Prenons maintenant trois points numériques sur la sphère $(M'_1 m_1)$, $(M'_2 m_2)$ et $(M'_3 m_3)$ correspondant aux trois points $M_1$, $M_2$ et $M_3$ de l'espace ; on peut composer d'abord deux de ces points $M'_1$, $M'_2$ et $M'_3$, puis leur résultant et le troisième point ; on a ainsi un résultant final sur la sphère auquel correspond dans l'espace un rayon vecteur résultant ; nous allons montrer que cette composition des points numériques ou des rayons vecteurs est indépendante, comme résultat, de l'ordre dans lequel on prend successivement les trois points.

Réduisons, pour simplifier, la figure aux éléments situés sur la sphère : les trois points numériques y forment un triangle sphérique. Composons d'abord $(M'_1 m_1)$ et $(M'_2 m_2)$ en $(F_3 \mu_3)$ ; on a (59) :

$$\frac{\sin F_3 M'_1}{m_2} = \frac{\sin F_3 M'_2}{m_1} = \frac{\sin M'_1 M'_2}{\mu_3} \qquad (1)$$

et on aura un résultant final en composant $(F_3\mu_3)$ et $(M'_3m_3)$. Soit maintenant $(F_2\mu_2)$ le résultant des points $(M'_1m_1)$ et $(M'_3m_3)$; on a (59) :




$$\frac{\sin F_2M'_1}{m_3} = \frac{\sin F_2M'_3}{m_1} = \frac{\sin M'_1M'_3}{\mu_2} \qquad (2)$$

et l'on aura encore un résultant final en composant $(F_2\mu_2)$ et $(M'_2m_2)$. Nous allons montrer que le résultant final est le même dans les deux cas : pour qu'il en soit ainsi, il faut d'abord que ce résultant soit, en position, à l'intersection G des arcs géodésiques $M'_2F_2$ et $M'_3F_3$; c'est ce que nous allons vérifier. En considérant la transversale $M'_3F_3$ dans le triangle $M'_1M'_2F_2$, on voit (31) que le produit des trois rapports $\frac{\sin GM'_2}{\sin GF_2}$, $\frac{\sin F_3M'_1}{\sin F_3M'_2}$ et $\frac{\sin M'_3F_2}{\sin M'_3M'_1}$ est égal en valeur absolue à l'unité. Or, d'après les relations (1) et (2) le second et le troisième de ces rapports sont respectivement égaux à $\frac{m_2}{m_1}$ et $\frac{m_1}{\mu_2}$; le premier rapport est donc égal à $\frac{\mu_2}{m_2}$ et la relation $\frac{\sin GM'_2}{\mu_2} = \frac{\sin GF_2}{m_2}$ montre que le point G est bien, en position, le résultant des points $(M'_2m_2)$ et $(F_2\mu_2)$.

On verrait de même que G est aussi le résultant de $(M'_3m_3)$ et $(F_3\mu_3)$.

Supposons maintenant que, en composant les trois points dans l'ordre $M'_1$, $M'_2$, $M'_3$, puis dans l'ordre $M'_1$, $M'_3$, $M'_2$, on obtienne les résultants $(G\mu')$ et $(G\mu'')$; $\mu'$ et $\mu''$ satisfont aux relations (59) :

$$\frac{\sin GM'_2}{\mu_2} = \frac{\sin GF_2}{m_2} = \frac{\sin F_3M'_2}{\mu'} \qquad (3)$$

$$\frac{\sin GM'_3}{\mu_3} = \frac{\sin GF_3}{m_3} = \frac{\sin M'_3F_3}{\mu''} \qquad (4)$$

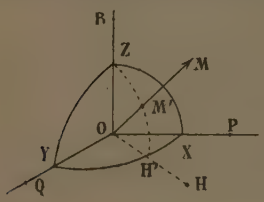
Mais en considérant dans le triangle $F_3M'_2G$ la transversale $M'_1M'_3$, on voit que le produit des trois rapports $\frac{\sin M'_3F}{\sin M'_3F_3}$, $\frac{\sin F_3M'_2}{\sin F_2G}$ et $\frac{\sin M'_1F_3}{\sin M'_1M'_2}$ est égal à l'unité (31); or, en se reportant aux relations 4, 3 et 1, on reconnaît que ces trois rapports ont respecti-

vement pour valeur $\frac{\mu_3}{\mu''}$, $\frac{\mu'}{m_2}$ et $\frac{m_2}{\mu_3}$; le produit de ces trois rapports étant égal à l'unité, on en déduit $\mu' = \mu''$.

Ainsi le résultant de trois points numériques est indépendant en position et en nombre de l'ordre dans lequel on compose ces points; de même, la résultante de trois rayons vecteurs est un rayon vecteur indépendant de l'ordre dans lequel on compose ces rayons vecteurs.

On compose de même un nombre quelconque de points numériques, et la possibilité d'intervertir trois points consécutifs quelconques montre que l'ordre de la composition peut être absolument quelconque : de même pour la composition des rayons vecteurs.

**61.** Soit au centre O de la sphère un trièdre trirectangle, c'est-à-dire un groupe de trois rayons vecteurs perçant la sphère aux trois sommets d'un triangle trirectangle XYZ; prenons un rayon vecteur $OM = m$, lequel perce la sphère en M'; le point numérique $(M'm)$ peut toujours être considéré comme le résultant de deux points situés en Z et H' et le rayon OM comme la résultante de deux rayons OH et OZ et l'on a, en remarquant que l'angle ZOH est droit (59) :




$$\frac{\sin \widehat{MR}}{\widehat{OH}} = \frac{\cos \widehat{MR}}{\widehat{OR}} = \frac{1}{\widehat{OM'}}, \quad \text{d'où} \quad OR = OM \cos \widehat{MR}.$$

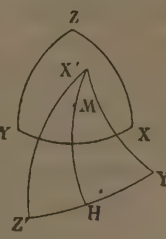
En décomposant de même OH suivant les deux rayons vecteurs OP et OQ, on trouve $OP = OM \cos \widehat{MP}$ et $OQ = OM \cos \widehat{MQ}$.

Ainsi le rayon vecteur OM est la résultante des trois rayons vecteurs $OM \cos \widehat{MX}$, $OM \cos \widehat{MY}$ et $OM \cos \widehat{MZ}$ dirigés suivant OX, OY et OZ; c'est ces trois rayons vecteurs que nous désignerons par X, Y et Z et que nous appellerons les coordonnées du point M. Il suit de là que le rayon vecteur d'un point M est la résultante des trois coordonnées de ce point.

Si $x$, $y$ et $z$ sont les coordonnées du point M' sur la sphère, on a

(36) : $x = \cos \widehat{MX}$, $y = \cos \widehat{MY}$ et $z = \cos \widehat{MZ}$, ou $x = \frac{X}{m}$, $y = \frac{Y}{m}$, $z = \frac{Z}{m}$; on en déduit (36) : $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{m^2} = 1$, c'est-à-dire $X^2 + Y^2 + Z^2 = m^2$.

**62.** Supposons qu'ayant pris les coordonnées $x$, $y$, $z$ d'un point de la sphère par rapport à un triangle trirectangle XYZ, nous cherchions les coordonnées de ce même point, $x'$, $y'$, $z'$, par rapport à un second triangle trirectangle X'Y'Z'; abaissons MH perpendiculaire sur Y'Z', on a $x' = \sin MH = \cos MX'$, de sorte que si $\alpha\beta\gamma$ sont les coordonnées de X' dans le triangle XYZ, on a (37) :




$$x' = \cos MX' = \alpha x + \beta y + \gamma z.$$

Ainsi $x'$ est une expression linéaire et homogène de $x\,y\,z$ : il en serait évidemment de même de $y'$ et $z'$.

Si maintenant nous considérons un point M dans l'espace défini par ses trois cordonnées X Y Z, on a (61) $X = mx$, $Y = my$ et $Z = mz$ : les trois coordonnées X' Y' Z' seront, dans le second trièdre trirectangle, $X' = mx'$, $Y' = my'$, $Z' = mz'$; or, on a sur la sphère $x' = \alpha x + \beta y + \gamma z$; on en déduit $X' = m\,(\alpha x + \beta y + \gamma z) = \alpha X + \beta Y + \gamma Z$ et de même de Y' et Z' : donc les nouvelles coordonnées sont des expressions linéaires et homogènes des coordonnées primitives.

Lorsqu'il existe entre les trois coordonnées X, Y et Z d'un point M de l'espace une relation $f(X\,Y\,Z) = 0$, le lieu de ce point est une surface; si cette équation est algébrique, son degré reste le même lorsque l'on change le trièdre des coordonnées, puisque les formules de transformation sont du premier degré; le degré de l'équation est ainsi indépendant des coordonnées, de là l'expression de degré appliqué également à la surface que représente cette équation algébrique.

Si l'on a deux équations entre les coordonnées d'un point, ce point est astreint à rester sur deux surfaces et il engendre une courbe.

En résumé, nous avons ainsi un mode d'expression des figures dans l'espace basé sur un système de coordonnées qui se rattache simplement à la géométrie sphérique et à la propriété $a$ de la ligne droite (45).

Nous pouvons donc, avec ce point de départ, rechercher la définition complète de la ligne droite et du plan et en donner les équations; c'est ce que nous allons faire.

### § 2. — *Définition analytique du plan et de la ligne droite.*

**63.** La surface la plus simple est celle du premier degré dont l'équation est $Ax + By + Cz + D = 0$; la ligne du premier degré est définie par deux équations du premier degré, c'est-à-dire qu'elle est l'intersection de deux surfaces du premier degré. Nous allons étudier cette surface et cette ligne.

L'équation $Ax + By + Cz + D = 0$ contient trois paramètres au premier degré, savoir les rapports de trois d'entre eux au quatrième; il en résulte qu'en général trois points $(x'y'z)$, $(x''y''z'')$ et $(x'''y'''z''')$ déterminent une surface du premier degré; on obtient l'équation de cette surface en éliminant A, B, C et D entre les équations :

$$(1)\quad \begin{array}{l} Ax + By + Cz + D = 0 \\ Ax' + By' + Cz' + D = 0 \\ Ax'' + By'' + Cz'' + D = 0 \\ Ax''' + By''' + Cz''' + D = 0 \end{array} \quad \text{ce qui donne le déterminant} \quad \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x' & y' & z' & 1 \\ x'' & y'' & z'' & 1 \\ x''' & y''' & z''' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Ce déterminant représente en général une surface du premier degré et une seule : pour nous rendre compte des cas d'exception, astreignons la surface à passer seulement par les deux points $(x'y'z')$ et $(x''y''z'')$ : on peut entre les trois premières équations (1) éliminer deux paramètres; on arrive évidemment ainsi à une équation du premier degré en $xyz$ et contenant un seul paramètre du premier degré $\lambda$; cette équation est donc de la forme $\alpha + \lambda\beta = 0$, $\alpha$ et $\beta$ étant des polynômes du premier degré en $xyz$. Ainsi $\alpha + \lambda\beta = 0$, où $\lambda$ est un paramètre arbitraire, représente toutes les surfaces du premier degré passant par les deux points considérés : $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ sont deux de ces surfa-

ces, elles correspondent à $\lambda = 0$ et à $\lambda = \infty$ ; mais ces deux équations réunies $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ représentent une ligne du premier degré et pour tout point de cette ligne on a $\alpha + \lambda\beta = 0$, quel que soit $\lambda$, puisqu'on a séparément $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ ; il en résulte que toutes les surfaces $\alpha + \lambda\beta = 0$ contiennent cette ligne du premier degré. Donc :

*Théorème.* — Toutes les surfaces du premier degré qui passent par deux points fixes passent par une même ligne du premier degré.

**64.** Prenons maintenant un troisième point $x'''y'''z'''$ et astreignons la surface $\alpha + \lambda\beta = 0$ à passer par ce point ; si ce point est situé sur la ligne du premier degré $\alpha = 0\ \beta = 0$, la surface $\alpha + \lambda\beta = 0$ passe par ce point, quel que soit $\lambda$ ; si, au contraire, ce troisième point est situé en dehors de cette ligne, ses coordonnées donnent à $\alpha$ et $\beta$ deux valeurs $\alpha_1$ et $\beta_1$ qui ne sont pas nulles toutes les deux et par suite l'équation de condition $\alpha_1 + \lambda\beta_1 = 0$ donne pour $\lambda$ une valeur unique et bien déterminée ; en portant cette valeur dans l'équation $\alpha + \lambda\beta = 0$, on a l'équation d'une surface du premier degré unique et bien déterminée ; donc :

*Théorème.* — Par trois points non situés sur une ligne du premier degré il passe toujours une surface du premier degré et une seule.

**65.** Pour avoir une ligne du premier degré passant par deux points donnés, il suffit, d'après ce qui précède (63), de faire passer deux surfaces du premier degré par ces deux points ; mais, quelles que soient les deux surfaces, elles se coupent toujours suivant la même ligne du premier degré ; cette ligne est donc unique. Donc :

*Théorème.* — Par deux points donnés on ne peut faire passer qu'une ligne du premier degré.

Ainsi la ligne du premier degré jouit de la propriété *a* (45).

Si une ligne du premier degré L a deux points situés sur une surface du premier degré S, elle est l'intersection de deux surfaces du premier degré passant par ces deux points ; mais toutes les surfaces du premier degré passant par ces deux points se coupent suivant L ; donc L appartient à toutes ces surfaces et en particulier à la surface S. Donc :

*Théorème.* — Quand une ligne du premier degré a deux points

situés sur une surface du premier degré, elle est située tout entière sur cette surface.

C'est la propriété *c* de la ligne droite (45).

**66.** Chaque ligne du premier degré étant représentée par deux équations, il faut, pour que deux de ces lignes se rencontrent, que les équations de la première $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ soient compatibles avec celles de la seconde $\alpha' = 0$ et $\beta' = 0$, ce qui exige qu'on ait une relation de la forme $A\alpha + B\beta + A'\alpha' + B'\beta' = 0$.

Cette relation exprime qu'une surface du premier degré $A\alpha + B\beta = 0$ passant par la ligne $\alpha = 0$, $\beta = 0$ coïncide avec une surface du premier degré $A'\alpha' + B'\beta' = 0$ passant par la seconde ligne $\alpha' = 0$, $\beta' = 0$. En d'autres termes, les deux lignes en question sont situées sur une même surface du premier degré ; telle est la condition pour qu'elles se rencontrent. Lorsque cette condition est remplie, on peut toujours représenter la première ligne par les équations $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ et la seconde par les équations $\alpha = 0$ et $\gamma = 0$, $\alpha = 0$ étant la surface commune qui les contient toutes les deux. Le point d'intersection est alors fourni par les trois équations du premier degré $\alpha = 0$, $\beta = 0$ et $\gamma = 0$, lesquelles sont nécessairement distinctes : ces trois équations donnent les coordonnées du point de rencontre sous la forme $x = \frac{A}{D}$, $y = \frac{B}{D}$, $z = \frac{C}{D}$.

Quand D n'est pas nul, le point de rencontre est bien déterminé ; quand D est nul, les trois numérateurs ne peuvent être nuls à la fois, car il y aurait indétermination et les trois équations $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$ ne seraient pas distinctes ; donc, quand D est nul, le point d'intersection est rejeté à l'infini et l'on dit que les deux lignes sont parallèles. Tels sont les deux seuls cas qui se présentent dans la rencontre de deux lignes du premier degré distinctes situées sur une même surface du premier degré. Donc :

*Théorème.* — Deux lignes du premier degré situées sur une surface du premier degré se rencontrent toujours ou sont parallèles.

C'est précisément la propriété *b'* (47), laquelle équivaut, en tenant compte de la propriété *c*, à la propriété *b*.

**67.** Il résulte évidemment de ce qui précède, que la ligne du premier degré est la droite euclidienne et la surface du premier

degré le plan euclidien, puisque la ligne du premier degré jouit des trois propriétés *a*, *b* et *c* (45).

On a donc là des définitions analytiques complètes du plan euclidien et de la ligne droite euclidienne.

Mais il convient d'insister sur ce point et de montrer bien nettement comment le postulatum d'Euclide s'introduit en géométrie lorsqu'on définit le plan, la surface du premier degré.

Si nous laissons de côté la propriété *b*, qui équivaut au postulatum d'Euclide, deux droites situées dans un plan peuvent se rencontrer en un seul point ou se rencontrer en un seul point rejeté à l'infini, ou ne pas se rencontrer du tout, mais en tout cas il ne peut y avoir plus d'un point de rencontre, car s'il y en avait deux, les deux droites coïncideraient en vertu de la propriété *a*.

Cela posé, quelles peuvent être, dans le système de coordonnées que nous avons exposé, les équations d'une ligne satisfaisant à cette condition ? Si l'on admet que ces équations sont algébriques, elles sont nécessairement du premier degré, car autrement les coordonnées du point de rencontre de deux droites seraient données par des équations de degré supérieur, lesquelles seraient susceptibles de plusieurs solutions, ce qui donnerait plusieurs points de rencontre possibles. L'équation algébrique du premier degré répond donc bien à la question ; c'est le cas de la géométrie euclidienne. Mais on conçoit aussi que des équations transcendantes puissent également donner un seul système de valeurs réelles pour les coordonnées du point de rencontre de deux droites, ces valeurs étant susceptibles de devenir imaginaires : c'est précisément le cas de la géométrie extra-euclidienne.

On constate, en effet, qu'en cherchant la rencontre de deux droites dans le plan extra-euclidien au moyen des formules données par Lobatschowski (*Théorie des parallèles*), on est amené à résoudre des équations transcendantes dont la solution toujours unique peut être imaginaire.

Ainsi, supposer que les équations de la ligne droite sont algébriques, c'est admettre le postulatum d'Euclide.

SUR

# LA VALEUR MORPHOLOGIQUE

## DE L'ALBUMEN

## CHEZ LES ANGIOSPERMES

Par M. LE MONNIER

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY

Si le rôle physiologique de l'albumen, comme réserve nutritive destinée à favoriser le développement de l'embryon, est d'une évidence frappante, son interprétation morphologique semble moins claire ; il ne paraît même pas que cette question ait attiré l'attention des botanistes, et dans les nombreuses discussions soulevées par la nature morphologique de l'ovule, on ne s'est guère occupé que de l'embryon et des enveloppes séminales, l'albumen étant toujours laissé de côté. Cependant ce corps, qui ne manque que dans deux ou trois familles d'angiospermes, et prend souvent un volume considérable, mérite sans doute que l'on cherche à fixer l'opinion qu'il convient de s'en faire. Tel est le but de la présente note.

Par sa structure purement cellulaire, aussi bien que par sa forme, l'albumen diffère de chacun des trois membres fondamentaux de la plante mère. Il est clair qu'on n'y saurait reconnaître aucun des caractères de la tige, de la feuille ou de la racine. On n'y peut voir davantage un trichome ; car si ces productions accessoires sont comme lui dépourvues de vaisseaux, elles offrent

toujours une situation superficielle, qu'elles proviennent de l'épiderme, ce qui est le cas le plus fréquent, ou qu'elles naissent sur les parois de lacunes aérifères, comme le font les poils internes des Aroïdées, Nymphéacées, etc. L'albumen, au contraire, se développe à l'intérieur du sac embryonnaire et n'est jamais en contact avec l'atmosphère.

Mais si l'albumen n'est pas un membre autonome, peut-être pourra-t-on le regarder comme un fragment de l'un des membres de la plante mère, comme un tissu appartenant au trichome nucellaire ? Deux ordres de raisons semblent s'opposer à cette interprétation : d'une part, les caractères histologiques propres à ce corps singulier ; de l'autre, son mode de formation. Examinons successivement ces deux points.

Les recherches les plus récentes ont montré, par exemple, quelle importance appartient, dans la structure de la plante, aux tissus sécréteurs. On sait que la forme de ces tissus demeure constante, non seulement dans l'espèce, mais souvent dans la famille tout entière. N'est-il pas alors bien remarquable de voir les laticifères qui sillonnent de toutes parts les parenchymes du pavot, n'envoyer aucune ramification dans l'albumen de cette plante ? De même les canaux sécréteurs des ombellifères s'arrêtent dans le péricarpe, et ne sont jamais représentés dans l'albumen.

Alors même que certaines parties de la plante peuvent devenir des réservoirs nutritifs, physiologiquement analogues à l'albumen, la structure de ces tubercules demeure distincte de celle de l'albumen. C'est de la saccharose qui s'emmagasine dans le tubercule de la betterave, tandis que l'albumen de cette plante est amylacé. Les réserves accumulées sous forme de graisse et d'aleurone dans les albumens charnus, n'ont guère d'analogue dans les tubercules, ni les rhizomes, et si on les retrouve dans beaucoup de cotylédons, c'est toujours dans des espèces dépourvues d'albumen. La même remarque s'appliquerait aux albumens cornés dont les réserves sont contenues, sous forme de cellulose, dans les parois épaissies du tissu.

En résumé, on ne trouve dans les organes végétatifs de la plante mère aucun tissu analogue à celui de l'albumen.

Envisageons donc ce corps en lui-même dans son développement propre. Un fait capital en marque l'origine. On sait, en effet, que l'albumen se forme par les divisions répétées du noyau propre du sac embryonnaire. Or, ce noyau propre, lui-même, résulte de la fusion de deux noyaux provenant, l'un de la tétrade supérieure, l'autre de la tétrade inférieure, qui existaient dans le sac avant la différenciation des antipodes et de l'appareil ovifère. Ce mode de constitution d'une cellule par conjugaison ne s'observe, en dehors du cas présent, que dans la formation de l'œuf. C'est l'acte caractéristique de la fécondation, et la cellule ainsi formée, porte partout ailleurs le nom d'œuf. Cette cellule, il est vrai, jouit d'une propriété éminemment remarquable, à savoir d'être capable d'un développement propre, d'être apte à produire, par des divisions successives, une plante nouvelle. N'en est-il pas de même pour le noyau propre du sac, et la formation de l'albumen n'est-elle pas une véritable germination de ce noyau, de tous points comparable au développement simultané de l'œuf principal en embryon ? Il est vrai que l'albumen demeurera toujours thalliforme, tandis que l'embryon atteindra un haut degré de différenciation, mais cette divergence dans le degré de développement ne saurait changer la valeur théorique des faits, et je conclurai en disant que : l'*albumen est une plante accessoire, indépendante de la plante mère, et associée à l'embryon pour en faciliter le développement.*

SUR LES

# OVAIRES UNILOCULAIRES

## A PLACENTAS PARIÉTAUX

Par M. G. LE MONNIER

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY.

La plupart des botanistes admettent aujourd'hui que le pistil, chez les Angiospermes, résulte de la réunion d'un certain nombre de feuilles modifiées ou carpelles. Ces carpelles sont tantôt libres, tantôt concrescents, et, dans ce dernier cas, leur base constitue l'ovaire unique, à une ou plusieurs loges. Rien de plus facile que de rattacher l'ovaire pluriloculaire à placentation axile, à la disposition que présente un pistil dialycarpelle, lorsque les éléments de ce dernier sont verticillés. Ces deux dispositions fournissent des diagrammes très semblables (fig. 1, 2 et 3); elles ne diffèrent que par l'état de séparation ou de fusion des cloisons carpellaires contiguës.

Il semble que la différence d'organisation est plus grande entre l'ovaire pluriloculaire à placentation axile et l'ovaire uniloculaire à placentation pariétale. Dans ce dernier, la feuille carpellaire est étalée, et la constitution d'un ovaire clos résulte de la soudure des différents carpelles entre eux. En sorte qu'il semble exister deux procédés différents pour la formation de la cavité ovarique : dans un premier cas, l'angiospermie est individuelle dans chaque carpelle; dans le second, elle semble dépendre uniquement de la coexistence et de la concrescence de plusieurs de ces organes.

On pourrait être tenté, par conséquent, de voir dans cette dernière disposition une ressemblance avec l'état gymnospermique. Mais avant d'adopter cette manière de voir, on ne peut s'empêcher de remarquer que les plantes à ovaire uniloculaire et à placentas pariétaux sont loin d'offrir les caractères d'infériorité organique que l'on s'attendrait à trouver dans des types réellement voisins des Gymnospermes. Bien loin de là, plusieurs de ces familles, les Violacées, les Orchidées, par exemple, témoignent par la zygomorphie très nette de leurs fleurs, que leur organisation, fort éloignée de l'état primitif, est le résultat d'une élaboration poussée très loin.

On doit alors se demander si la placentation pariétale ne peut pas être considérée comme résultant d'une modification de la placentation axile. La simple comparaison des fig. 3, 4 et 5 montre qu'une réponse affirmative est des plus naturelles. Entre les fig. 3 et 4 il n'y a d'autre différence que les fentes étroites qui sont venues partager le placenta unique en cinq fragments distincts. Or, la fig. 4 représente un ovaire qui, à rigoureusement parler, est déjà uniloculaire, et il est facile de concevoir qu'un raccourcissement de cloisons ramènerait les placentas sur la paroi même, comme ils sont représentés dans la fig. 5. Cette dernière est conforme au type le plus accusé de placentation pariétale, qui se trouve ainsi rattaché par un mécanisme simple à la placentation axile, elle-même dérivée du pistil dialycarpelle.

---

Fig. 1. — Pistil dialycarpelle avec prolongement de l'axe entre les carpelles. — *Geranium.*

Fig. 2. — Pistil gamocarpelle avec prolongement de l'axe entre les carpelles.

Fig. 3. — Pistil gamocarpelle sans prolongement de l'axe. — Placentation axile.

Fig. 4. — Ovaire uniloculaire à placentas fortement saillants.

Fig. 5. — Ovaire uniloculaire à placentas pariétaux.

# SUR L'ÉTIOLOGIE

# DES MALADIES PARASITAIRES

## A PROPOS DE QUELQUES ÉPIPHYTIES

## OBSERVÉES RÉCEMMENT EN LORRAINE[1]

**Par le Dr Paul VUILLEMIN**

CHEF DES TRAVAUX D'HISTOIRE NATURELLE A LA FACULTÉ DE MÉDECINE DE NANCY

Si la brusque invasion de certaines épidémies jusqu'alors inconnues dans une contrée est bien de nature à déconcerter le médecin, l'extension rapide, la gravité exceptionnelle que prennent à un moment donné les maladies les plus communes relèvent de causes encore plus complexes et plus difficiles à analyser. On ne peut pas, dans le second cas, recourir à l'explication si commode d'une simple importation; il semble au contraire que cette puissance inattendue du génie morbifère est liée à des modifications du milieu ambiant, à des troubles atmosphériques, à des changements brusques de température. Si l'on a parfois exagéré les coïncidences de cette sorte, il ne serait pas plus exact de reléguer au rang des fables toutes les relations observées entre les airs, les eaux et les localités et la santé publique depuis Hippocrate jusqu'à nos jours. On peut même dire que cet être abstrait, la maladie, demande pour s'implanter sur un organisme humain la réalisation d'un certain nombre de facteurs, tant internes qu'ex-

1. Conférence faite dans la séance générale annuelle du 21 décembre 1887. L'étude du *Trichoscypha Willkommii* et du *Leptostroma Pinastri* a été complétée par des observations faites dans le courant de janvier 1888.

ternes, dont l'ensemble peut être comparé à ce que les botanistes appellent la *station* d'une espèce végétale.

Ces faits d'observation ont trouvé leur explication rationnelle dans les doctrines microbiennes, qui substituent un être vivant, pathogène, un végétal parasite, infiniment petit, aux causes occultes invoquées jusqu'alors.

Mais si le mot *microbe,* désignant une entité connue, déterminable, est plus précis, plus scientifique que *miasme* et s'il donne aux raisonnements des médecins une base plus positive, convenons que souvent nous en sommes réduits aux conjectures, quand il s'agit de dire d'où viennent les microbes, à quelles circonstances ils doivent leurs succès ou leurs revers dans la lutte qu'ils livrent à l'homme.

Il n'est pas facile d'épier les microbes dans leurs repaires, en dehors du corps humain, ni de connaître les milieux divers qui les abritent ou les formes nouvelles qu'ils revêtent dans le cours normal et naturel de leur évolution. Nous en savons assez toutefois pour affirmer que les microbes pathogènes s'adaptent, par un polymorphisme étendu, à des conditions variées d'existence. Telle espèce perd momentanément les propriétés redoutables qui la faisaient combattre : les procédés d'atténuation des virus montrent avec quelle rapidité l'action d'influences déterminées amène des transformations de cette sorte. Une autre, sans devenir pour cela moins dangereuse, subit des transformations morphologiques qui la rendent méconnaissable. Comparez, par exemple, les bacilles du charbon vivant dans le sol, dans un bouillon ou dans le sang du mouton et vous verrez entre les exemplaires d'une même espèce des différences auxquelles on serait tenté au premier abord d'attribuer au moins une valeur générique. La couleur des microbes n'est pas moins subordonnée au milieu dans lequel ils vivent. Ainsi d'après les remarquables expériences de MM. Guignard et Charrin[1], le microbe du pus bleu, dans certaines conditions expérimentales et sous l'action des substances antiseptiques, non seulement modifie ses contours, mais peut se dépouiller du pigment qui le distinguait si nettement.

1. *Comptes rendus de l'Ac. des sc.* Séance du 12 décembre 1887.

Les antiseptiques agissent peut-être souvent d'une façon analogue en altérant le mode d'action du parasite, non sa vitalité; la cause du mal n'est pas enlevée, mais un peu modifiée et l'effet, un instant suspendu, se produira de nouveau, dès que les propriétés du milieu permettront à l'ennemi de recouvrer ses caractères habituels. Le microbe que nous croyions expulsé faisait le mort tant qu'on s'occupait de lui; mais dès que l'on commencera à le négliger, il reprendra brusquement l'offensive et avec d'autant plus d'avantage que la machine humaine met plus longtemps que ces organismes rudimentaires pour retrouver son équilibre, surtout quand elle doit réparer, outre les ravages causés par l'ennemi, l'épuisement déterminé par l'armée de médicaments venue à son secours.

Ainsi en basant nos recherches sur un petit nombre de caractères pourtant nets et précis, nous restons exposés à de cruels mécomptes, car une espèce que nous croyons détruite peut être seulement revêtue d'un masque trompeur. Les variations expérimentales, malgré leur étendue, ne nous donnent peut-être pas une idée complète des caractères nouveaux que les microbes peuvent revêtir dans la nature. Les milieux artificiels dans lesquels nous cultivons les bactéries sont relativement simples et peu variés et surtout nous nous efforçons, sous peine d'une confusion inextricable, de soustraire le support aux êtres miscroscopiques capables d'entrer en concurrence avec le sujet mis en expérimentation. Et cependant, ce que les bactériologistes considèrent comme des impuretés qu'il importe d'éliminer correspond à ce que, pour toute autre plante, les botanistes regardent comme des facteurs essentiels de la station normale, dans laquelle l'espèce se tire d'affaire au milieu des difficultés de la vie, des vicissitudes de la lutte pour l'existence. Ces péripéties d'ailleurs sont nécessaires pour que chaque être développe dans leur plénitude l'énergie et les qualités dont il est susceptible.

De ces remarques il résulte que nous sommes souvent bien embarrassés pour dire d'où viennent ces microbes, qui tout à coup nous livrent de si rudes assauts, dans quel milieu et sous quelle forme ils préparent leurs brusques et fatales invasions.

Les plantes sont sujettes à des maladies dont l'origine et la

marche sont fort analogues à celles des maladies humaines, infectieuses ou épidémiques. L'agent en est parfois un microbe. Ainsi le « *pear blight* » ou nielle des poiriers, qui sévit dans l'Amérique boréale, serait produit, d'après M. Arthur[1], par le *Micrococcus amylivorus*, Burrill, et M. Wakker[2] accuse le *Bacterium Hyacinthi* de la maladie jaune des jacinthes aux Pays-Bas. Mais le plus souvent les maladies épiphytiques sont déterminées par des champignons relativement volumineux, parfois même de très grande taille que l'on arrive, avec des précautions et quelques vérifications expérimentales, à suivre dans leurs habitats successifs et à travers de profondes transformations.

Leur étude, sans présenter l'intérêt immédiat des maladies humaines, a pourtant son importance pratique ; mais surtout elle a l'avantage de donner des résultats précis sur un sujet analogue à la question si obscure de l'étiologie des épidémies.

Les relations des épidémies et des épiphyties sont d'ailleurs assez évidentes pour avoir frappé les médecins de tous les temps et parmi les observateurs les plus perspicaces, on pourrait relever le nom du célèbre Ramazzini, qui, dans ses constitutions épidémiques, signalait la rouille des mûriers comme l'un des signes précurseurs d'une année particulièrement funeste dans les fastes de la santé humaine.

Si l'on possédait l'histoire d'un certain nombre de constitutions épiphytiques retracée avec autant de soin et précisée par toutes les données de la science moderne, le grave problème de l'étiologie des maladies parasitaires ou infectieuses en général entrerait bien certainement dans une voie nouvelle. Sans prétendre embrasser dans toute son ampleur une question aussi complexe, nous nous proposons d'indiquer brièvement le résultat de nos dernières observations sur les maladies des plantes qui sévissent à Nancy et dans la contrée environnante.

Les influences atmosphériques ont une relation immédiate avec le développement des champignons parasites. Ces êtres en effet, par suite même de la nature éphémère et variable de leur support,

1. *Report of the Bot. to the New-York Agric. exp. Station.* 1887.

2. *Vorläufige Mitth. über Hyacinthenkrankheiten.* (*Bot. Centr.-Bl.*, t. XIV, n° 10.)

ne présentent pas dans leur répartition géographique la même fixité que les flores phanérogamiques. Chez ces dernières, le nombre des espèces erratiques est toujours restreint. Les champignons au contraire, végétaux vagabonds, n'ont jamais qu'une installation provisoire, et, comme tous les êtres qui n'ont ni feu ni lieu, ils sont dangereux parce qu'ils cherchent toujours aventure ; leurs organes de dissémination l'emportent de beaucoup sur les organes de végétation sédentaire et ils se développent en foule partout où un terrain leur est favorable, même d'une façon toute passagère. L'insconstance de la flore mycologique d'une localité a de tous temps frappé les botanistes et, pour ne citer qu'un exemple concernant notre région, M. A. Mougeot[1] a remarqué qu'en 1884, par suite d'une sécheresse exceptionnelle, des champignons rares se montraient aux environs de Bruyères, tandis que des formes communes étaient devenues presque introuvables. D'autre part, l'humidité intense et prolongée bien avant dans la saison où d'habitude la végétation est suspendue par les gelées, a provoqué en 1886 une multiplication exubérante des formes vulgaires et même d'espèces peu communes. Parmi ces dernières, nous mentionnerons plusieurs champignons, vivant aux dépens d'autres champignons, tels que le *Melanospora Fayodi*, le *Peziza mycetophila*, les *Nyctalis Asterophora* et *parasitica*, dont l'abondance autour d'Épinal nous a permis d'en faire une étude approfondie[2].

Dans les mêmes stations, ces plantes sont redevenues presque introuvables en 1887, parce que l'automne fut plus sec. Nous en dirons autant du *Claviceps microcephala*, Tul., qui produit l'ergot du *Molinia cærulea*, graminée très fréquente dans les bois siliceux. On attribue à cette herbe des propriétés toxiques à l'époque de la floraison ; les accidents observés sur les bestiaux sont peut-être causés par le parasite qui, dans des années comme 1886, épargne à peine quelques épillets.

L'action des conditions météorologiques sur les maladies parasitaires des végétaux s'est révélée avec une netteté spéciale au printemps de 1887. Les platanes et les cerisiers en furent les

1. *Revue mycologique*, 1885, t. VII, p. 8.
2. *Bulletin de la Soc. des sc. de Nancy*, t. XX, 1887.

premières victimes et les ravages causés sur ces arbres acquirent rapidement une extension et une intensité effrayantes.

Sur les places et les promenades de la ville de Nancy, aussi bien que le long des routes et des voies ferrées dans toute la région, les feuilles de platane, à peine sorties du bourgeon, prennent une teinte rougeâtre ; les poils raides qui tapissent leur face inférieure se détachent en masse et les feuilles se dessèchent entièrement, comme si la tige leur refusait la nourriture. Les arbres les plus grands et les plus vigoureux, comme ceux du Jardin botanique, sont le plus gravement atteints, tandis que les exemplaires jeunes, dont on a planté de nouvelles avenues, sont généralement indemnes. Le contraste est particulièrement frappant au faubourg Saint-Jean où l'on voit côte à côte des platanes introduits à différentes époques. Mais ailleurs, principalement à la campagne, la même immunité ne caractérise pas les sujets qui sont encore en pleine croissance, et une statistique plus attentive démontre qu'en dehors de la question d'âge, ces différences sont dues surtout à l'opération de la taille à laquelle on soumet régulièrement les arbres de nos promenades.

Le rapide desséchement des tiges à la suite de l'altération des feuilles montre que la cause du mal n'est pas superficielle comme celle du mildew par exemple, mais qu'elle réside dans les rameaux eux-mêmes. Et en effet, il s'agit d'un champignon parasite qui s'est développé sous l'écorce et qui se montre sous forme de pustules soulevant le périderme et à peine distinctes des lenticelles. Ce sont des pycnides connues sous le nom de *Discula Platani*, Sacc. (Peck), dont les spores s'échappent à l'humidité sous forme d'un filament blanchâtre. Ce champignon se rencontre par-ci, par-là, dans les années ordinaires, sur quelques branches isolées, dont la mort n'attire pas l'attention. On n'en est que plus frappé de l'énergie avec laquelle il étend aujourd'hui ses ravages sur une espèce d'arbres qui, jusqu'ici, semblait le défier et braver sa présence. Il faut donc chercher la cause des désastres observés récemment, non pas seulement dans le parasite ou dans sa victime, mais dans des phénomènes étrangers à ces deux plantes et cependant capables d'en modifier les relations réciproques. Disons d'abord que la subite explosion de la maladie était prépa-

rée de longue main. Le parasite s'est implanté sur le platane dès la fin de l'été et pendant le cours de l'automne. Les récents travaux de M. Fr. von Tavel [1] ont établi en effet que le *Discula* est une forme fructifère du champignon décrit en 1848 par Léveillé [2] sous le nom d'*Hymenula Platani* et que l'on appelle aujourd'hui *Glœosporium nervisequum* (Fuck.), Sacc. De plus, v. Tavel suppose, sans toutefois être arrivé sur ce point à une démonstration rigoureuse, que les deux formes précédentes se rapporteraient au *Fenestella Platani,* v. Tav. C'est donc en automne que le *Glœosporium* a formé ses conceptacles conidiens sur les feuilles languissantes. Son mycélium, qui suit les nervures, s'est étendu à travers le pétiole jusqu'aux fins rameaux où il s'est installé pour passer l'hiver. Il a certainement profité d'une saison si favorable au développement des autres champignons et il a pu sans doute déjà produire des pycnides avant les gelées. Or les stylospores, placées dans l'eau, ne mettent pas douze heures à germer, ainsi que nous l'avons reconnu par des cultures. On s'explique ainsi que cet ennemi, continuant à se propager à une époque où son hôte était déjà engourdi, ait pu conquérir des positions singulièrement avantageuses.

A l'époque où le platane se réveille et doit mettre en œuvre toutes ses réserves pour épanouir sa nouvelle frondaison, une lutte terrible s'est engagée entre l'arbre gigantesque et ses ennemis à peine visibles, mais innombrables. Un mois de mai froid et pluvieux était aussi propice aux cryptogames qu'il était contraire à l'arbre, et les conditions extérieures ont ainsi assuré pendant plusieurs semaines, le succès du parasite.

La part qui revenait dans ces désastres aux conditions météorologiques trouva une confirmation éclatante dans le revirement subit qui se produisit dans la première quinzaine de juin, dès le début d'une période de chaleur et de sécheresse. De nouvelles feuilles parfaitement saines remplacèrent les victimes du *Discula* et la plupart des platanes se tirèrent sans trop de peine de cette rude épreuve.

1. *Beiträge zur Entwickelungsgesch. der Pyrenomyceten.* (*Bot. Ztg.*, t. XLIV, 1886, page 825.)

2. *Fragments mycologiques.* (*Annales des sc. nat. — Bot.*; 3e s., t. IX, 1848. page 128.)

M. Max. Cornu a décrit[1] également cette année une maladie causée au platane par le *Calonectria pyrochroa* (Desm.), Sacc. Si ce champignon, considéré jusqu'ici comme vivant en saprophyte aux dépens des feuilles mortes, est réellement la cause de cette maladie, il s'agit d'une affection distincte de celle qui a régné dans toute la région de l'Est.

En même temps que le *Discula* s'attaquait aux platanes, le *Coryneum Beijerinckii,* Oud., exerçait ses ravages sur les divers représentants de la famille des Amygdalées, mais plus particulièrement sur les pruniers et les cerisiers. Si cette maladie, d'après nos recherches[2], ne paraît pas avoir été décrite jusqu'ici, on n'en peut dire autant du parasite qui en est l'agent. Il résulte en effet des travaux de M. Beijerinck[3] que l'on trouve généralement cette moisissure dans la gomme des cerisiers. Bien plus, elle serait la cause même de cette exsudation anormale, et des recherches expérimentales ont montré au savant hollandais que l'on déterminait la gommose en inoculant les spores du *Coryneum,* tandis qu'une lésion équivalente non accompagnée de l'introduction du champignon ou du ferment sécrété par lui, restait sans effet. Il ne faudrait pas conclure de là, bien entendu, que toute exsudation de gomme, même chez le cerisier, est liée à la présence du *Coryneum;* mais il n'en résulte pas moins de ces importantes observations que le *Coryneum* est toujours très répandu et que pourtant il cause rarement les effets désastreux qui, cette année, ont été la conséquence de son développement. Les conditions atmosphériques qui ont fait la fortune de l'ennemi du platane ont été également funestes aux arbres à noyaux. C'est grâce à elles que les lésions produites par le *Coryneum* ont été observées sur une si large échelle pendant les mois de mai et de juin, et c'est grâce à la sécheresse de l'été que les cerisiers, comme les platanes, ont repris le dessus et sauvé leurs nouvelles feuilles de la voracité des assaillants. Le désastre n'en a pas moins

1. *Soc. d'agr.,* séance du 6 juillet 1887.

2. *Congrès des Soc. bot. et mycol. de France à Paris.* Séance du 21 octobre 1887. (*Journal de botanique,* t. I, page 315.)

3. *Onderzœkingen over de besmettelijkeid der Gomziekte bij Planten.* (*Nat. Verh. der Koninkl. Academie van Wetenschappen te Amsterdam,* t. XXIII, 1883.)

été considérable, puisque la première frondaison, destinée à nourrir l'arbre pendant la période de formation et de maturation des fruits, a été détruite et que la récolte a été perdue dans une grande partie de la région. Plusieurs retours offensifs du parasite, directement liés à quelques pluies d'orage pendant les mois de juillet et d'août, ont démontré avec une nouvelle rigueur la puissance prépondérante des actions de milieu quand, par suite du développement antérieur, les deux espèces antagonistes ont acquis une somme à peu près égale de chances de succès ; mais ils n'ont eu qu'une importance secondaire et n'ont pas de nouveau mis en question la vie même des arbres fruitiers.

La maladie résulte de la germination des conidies brunes, généralement triseptées, du *Coryneum* sur la face dorsale des jeunes feuilles. Les spores adhèrent par suite de la viscosité de l'épiderme encore augmentée par l'humidité. Un liquide sécrété par le mycélium empoisonne les tissus dans un certain rayon et les filaments s'introduisent entre les cellules altérées et se maintiennent constamment dans les méats intercellulaires, bien que la pénétration n'ait pas lieu par les stomates. Une région circulaire, dont la spore occupe le centre, prend une teinte rouge, puis offre des cercles concentriques bruns et desséchés, entourés au début d'une auréole carminée. On retrouve parfois la conidie infectante sur les taches développées. Semées expérimentalement sur les feuilles jeunes, les spores septées produisent les mêmes altérations. La pénétration est plus lente sur les feuilles qui ont terminé leur croissance et souvent ne se réalise qu'après un début de putréfaction. Mais si la feuille est blessée ou coupée en morceaux, les filaments qui ont germé dans l'eau ou dans un liquide nourricier, attaquent immédiatement la tranche ou la surface dénudée et une zone mortifiée rayonne bientôt autour du point de contact.

Sur les feuilles en voie de croissance les cercles mortifiés, soustraits au développement de l'ensemble, exercent par leur traction continue une action irritante sur les tissus sains. Un cloisonnement actif s'effectue dans toute la zone limitante ; les cellules palissadiques comme les cellules parenchymateuses deviennent incolores et à peu près égales dans leurs trois dimensions. Le

cloisonnement se faisant parallèlement au pourtour de la tache, produit une sorte de liège au sein duquel les cellules limitant la région malade s'arrondissent en dehors, tandis que la face interne des cellules opposées s'arrondit en sens inverse. Le disque se trouve ainsi détaché et éliminé comme une feuille en automne. Souvent il reste adhérent par un point de sa circonférence. Cette réaction de l'organisme, cette sorte d'amputation spontanée délivre le cerisier d'une partie de ses ennemis (fig. 1). Les bords de la solution de continuité achèvent de se cicatriser en subérisant l'anneau inflammatoire dont l'origine rappelle déjà le liège. Cet anneau tuméfié forme un bourrelet saillant, principalement sur les feuilles malades de l'abricotier.

Les disques restés en place sont traversés entièrement par le mycélium, qui finit par s'agglomérer dans l'épaisseur même de la membrane externe de l'épiderme ventral, entre la couche cellulosique et la cuticule. Il se forme ainsi un tissu compacte, une sorte de stroma, dont les éléments, d'abord polyédriques par compression réciproque, s'arrondissent ensuite et rappellent assez les amas de spores des parasites du genre *Entyloma*. Ces formations sont très développées sur les taches des pétioles (fig. 2).

Dès la fin de juin, les amas de cellules polyédriques ou arrondies soulèvent la cuticule, la déchirent et émettent, au centre de la tache, sous forme d'un point sombre, un ou plusieurs coussinets caractéristiques du *Coryneum*, dont les spores sont identiques à celles qui ont causé la maladie. Chaque spore naît d'ordinaire isolée à l'extrémité d'un court pédicelle émanant d'une cellule arrondie ; mais parfois ces filaments s'allongent un peu et même s'unissent deux à deux par une anastomose transversale comme les bâtonnets issus d'une spore d'Ustilaginée.

Dans les milieux artificiels, les corps sphériques donnent naissance à des filaments allongés, cloisonnés et ramifiés, qui s'anastomosent diversement et néanmoins restent stériles, si le support n'est pas assez nutritif, mais qui se couvrent d'abondantes conidies septées, souvent plus allongées que sur les feuilles vivantes (possédant de 3 à 8 cloisons), isolées (fig. 3) ou réunies en grappes ou en capitules très denses (fig. 4), quand on les cultive sur de la gomme, sur une décoction de feuilles ou sur des feuilles bouil-

lies. Les anastomoses sont encore nombreuses dans ce cas. Parfois une spore se détache du point même où deux filaments viennent de s'unir (fig. 7) ; ailleurs les rameaux qui surmontent un pont copulateur sont chargés de spores innombrables, tandis que les portions situées plus bas en étaient dépourvues ou à peu près (fig. 5) ; mais d'autres filaments entièrement isolés sont aussi fertiles. On doit donc reconnaître que les anastomoses n'ont pas d'autres rapports avec le développement des organes reproducteurs qu'avec celui de l'appareil végétatif. L'anastomose augmente la vigueur des filaments et peut par là même devenir nécessaire pour permettre à la plante de subvenir à la dépense extraordinaire, liée à la formation des spores. C'est là un rôle purement trophique.

Les spores nées ainsi sur les plantes vivantes ou dans les milieux inertes germent (fig. 6) avec une rapidité variable, mais qui peut être très grande. Ainsi nous avons vu des spores tombées et germées moins de 48 heures après le moment de leur première apparition. D'autres spores au contraire (et dans les cultures, ce sont les spores apparues les premières sur un système ramifié) ont une déhiscence et une germination indéfiniment différées. Parmi les spores nées simultanément, il y en aura donc qui seront aptes à se développer à des époques très diverses. Ces faits suffisent pour expliquer l'apparition de taches de six à neuf jours après un orage.

Le mycélium issu des spores septées se comporte comme celui qui est né du stroma et se couvre à son tour de conidies, si les circonstances le permettent. Nous avons obtenu des spores de deuxième génération dès le dixième jour de la culture.

Plus tard, le mycélium qui occupe le mésophylle produit sous les épidermes, surtout sous l'épiderme dorsal, un stroma assez différent du stroma subcuticulaire. Ce nouveau stroma soulève l'assise superficielle et, par suite de l'interposition d'une lame d'air, donne à la tache des reflets argentés. A la fin l'automne, des points noirs très ténus, mesurant environ 140 μ, se dessinent sur ce fond pâle (fig. 9) ; ce sont des pycnides (fig. 10) nées sur le stroma. Les caractères généraux de la tache et de ces conceptacles peuvent les faire rapporter aux *Phyllosticta* et, comme

l'a remarqué M. Prillieux[1], les dimensions des stylospores (6μ × 3,5) correspondent à peu près à ce que Saccardo[2] indique pour le *Phyllosticta Persicæ*, Sacc. (6-7 × 3,5-4). Cependant, ce dernier aurait des pycnides mesurant seulement 80-100 μ. et des spores hyalines avec deux gouttelettes. Dans notre espèce, les spores sont nettement granuleuses et présentent, à la maturité seulement, deux sporidioles supérieures aux autres granulations, mais placées dans des cellules distinctes, car une cloison transversale divise alors la stylospore en deux (fig. 11). Pour éviter toute confusion, on pourrait appeler la forme à pycnides *Phyllosticta Beijerinckii*.

Des éléments bruns ou violacés, analogues à ceux qui forment le stroma chargé de pycnides, prennent un aspect notablement différent dans les cultures et sur les taches gommeuses des pétioles et des tiges. Ils sont morcelés en petits coussins à cellules arrondies sur les bords, en filaments à éléments polyédriques ou moniliformes. Ce sont les aspects décrits par M. Beijerinck[3] sous les noms de stade *Fumago*, stade *Chroolepus*. Les cellules de ces systèmes s'allongent simplement en un mycélium incolore (fig. 14), qui se charge de conidies et qui présente souvent sur le trajet des filaments une altération bien décrite par M. Beijerinck et considérée par ce botaniste comme une dégénérescence gommeuse du champignon lui-même. On voit à ces niveaux la paroi du filament distendue par une matière transparente, puis dissoute, tandis que le protoplasma forme une boule granuleuse, refoulée au milieu de l'espace modifié (fig. 15). Si le contenu est bien de la gomme, il n'est guère admissible, vu sa masse énorme, de le considérer comme une transformation de la membrane du tube ; il ne s'agit pas non plus d'une modification du protoplasma, puisque le corps granuleux ne le cède pas en volume au contenu primitif de la cellule. On serait plutôt tenté de voir là l'effet d'une pénétration accidentelle par osmose de la gomme du support à travers les membranes légèrement altérées du champignon.

Les chapelets du type *Chroolepus* se débitent aussi en boules

1. *Soc. d'agric.* Séance du 9 novembre 1887.
2. *Sylloge Fungorum*, tome III, page 8.
3. *Loc. cit.*

isolées ou groupées par deux ou trois et chacune des cellules ainsi constituées émet, à l'extrémité de sortes de stérigmates courts et filiformes, des corps ovoïdes, allongés, incolores, ressemblant à des basidiospores (fig. 12). Dans certaines cultures, chaque cellule émet assez régulièrement deux de ces formations. Par une coïncidence au moins curieuse, ces spores (fig. 13) ont exactement la forme, les dimensions, l'aspect granuleux des stylospores nées dans des pycnides. De plus, quelques-unes d'entre elles, à peine détachées ou même encore adhérentes, prennent une cloison équatoriale et dans chaque cellule on distingue une grosse granulation. Généralement leur développement se poursuit; les segments se renflent et grandissent; les cellules s'isolent et bourgeonnent d'une façon qui rappelle les levûres, bien que la tendance à former des membranes transversales continue à se manifester. Une autre forme de levûre à segments plus allongés et bourgeonnant plus activement dérive directement des filaments bruns.

Les grandes spores septées de *Coryneum* elles-mêmes, dans la gomme, se divisent souvent, parce que les cloisons mitoyennes se clivent, s'arrondissent, deviennent simplement tangentes, puis s'isolent (fig. 8). Pour en revenir aux corps à forme de basidiospores, ils paraissent bien homologues des stylospores, ce qui démontre que les pycnides, malgré la différenciation profonde qu'elles semblent offrir en vue de la reproduction, se relient directement aux filaments mycéliens dont se détachent les conidies les plus simples. L'aspect de basides n'a en lui-même aucune signification taxinomique.

L'étude morphologique de ce curieux champignon et de son formidable polymorphisme nous a entraîné un peu loin de notre sujet. Pourtant les descriptions qui précèdent n'étaient pas sans importance pour nous renseigner sur sa puissance de propagation et sur les ressources qui assurent dans des milieux divers un égal succès à un organisme adapté à toute éventualité; elles nous montrent comment une plante si redoutable à un moment donné peut vivre en présence de son ennemi sans faire naître le moindre soupçon sur les dangers auxquels elle l'exposera quand les circonstances lui permettront de changer d'allure, et nous avons

vu qu'une de ces circonstances nécessaires pour faire du *Coryneum* un parasite redoutable était une période de grande humidité au printemps.

Ces mêmes conditions météorologiques ont livré un grand nombre de pruniers à un autre parasite. Nous avons rencontré dans l'arrondissement de Neufchâteau beaucoup d'arbustes sauvages et de variétés cultivées, présentant des fruits en pochette. Cette déformation, consistant en un allongement démesuré du péricarpe et dans l'avortement de la graine, dont le tégument ligneux manque entièrement, est causée, comme on sait, par l'*Exoascus Pruni*.

Nos cerisiers, suffisamment éprouvés par la maladie que nous venons de décrire, ont été épargnés par un parasite non moins redoutable, qui cause de terribles ravages dans la vallée de l'Elbe, le *Gnomonia erythrostoma*, Fuck., dont M. Frank [1] a suivi avec soin et décrit minutieusement la marche et les progrès. Pourtant le *Gnomonia* existe dans ce pays; nous l'avons même observé aux portes de Nancy, sur les merisiers du bois de Maxéville. Cela prouve une fois de plus qu'il ne suffit pas qu'un parasite existe pour causer des épiphyties; mais cela prouve aussi qu'il faut toujours être en éveil et s'il est possible mettre nos protégés en état de résister et leurs ennemis dans l'impossibilité de nuire. Le *Gnomonia* faisant périr de bonne heure, dans leur totalité, les feuilles qu'il attaque, au lieu de limiter ses effets à des zones restreintes comme le *Coryneum*, ne leur laisse par la force de tomber spontanément en automne; le parasite hiverne sur l'arbre et lancera ses spores à bout portant, comme un feu nourri de projectiles, sur les jeunes feuilles récemment épanouies. Une mesure prophylactique bien simple consiste donc à déloger le champignon de ses positions en débarrassant, en hiver, les cerisiers, de leurs feuilles devenues marcescentes.

La période sèche, qui a commencé en juin et dont l'influence sur la santé des plantes s'est déjà révélée en entravant les pro-

1. *Ueber* Gnomonia erythrostoma *die Ursache einer jetzt herrschenden Blattkrankheit der Süsskirschen im Altenlande.* (*Berichte d. d. bot. Ges.*, t. IV, 1886.) — *Ueber die Bekaempfung der durch.* G. e. *verursachten Kirschbaumkrankheit im Altenlande.* (*Ibid.*, t. V, 1887.)

grès des parasites qui avaient pris un aspect si menaçant sur les platanes et les Amygdalées, a préservé les cultures des épiphyties tardives.

Le mildew n'a pas réalisé les craintes que sa grande extension en 1886 avait inspirées aux vignerons lorrains, particulièrement dans le Toulois. Un traitement énergique avait, il est vrai, été appliqué dans plusieurs localités ; mis il est bon d'observer que les vignes négligées à cet égard n'ont pas souffert plus que les autres ; le *Peronospora viticola,* desservi par les circonstances, n'a fait son apparition qu'à la fin de septembre, alors que les raisins étaient à peu près mûrs et n'a pas hâté la chute naturelle des feuilles. On voit par là que, malgré la valeur de la thérapeutique, que je suis le premier à proclamer, les remèdes les plus sûrs, pour les végétaux comme pour l'homme, sont les moins utiles, c'est-à-dire ceux sous le couvert desquels agit la nature médicatrice. Le temps est un grand remède ; le beau temps en est parfois un plus grand encore, surtout quand il s'agit des plantes.

L'année d'ailleurs n'a pas été funeste à tous les *Peronospora.* Celui qui cause sur la laitue la maladie appelée meunier, le *P. gangliiformis,* plus précoce que son congénère de la vigne, a causé au printemps, d'après M. Prillieux [1], de sérieux ravages sur les cinéraires de M. Vilmorin.

Tous les parasites ne sont pas aussi directement impressionnés par les agents atmosphériques et leurs brusques modifications. La vigne a un ennemi vivant à 30 ou 40 centimètres sous terre, qui continuait son œuvre de destruction dans un sol imprégné d'eau, à l'époque où la surface était brûlée par le soleil et qui jetait l'alarme sur plusieurs points du département de Meurthe-et-Moselle. Le *Pilacre Friesii* est encore un champignon, qui semble assez répandu dans toute la moitié septentrionale de la France sur les organes souterrains de l'érable, de l'orme, du pêcher, etc. En se développant sur les rhizomes de la vigne, il altère profondément ces organes qui se décomposent, ainsi que les racines qui s'en détachent, et devient ainsi l'agent d'une des

1. *Soc. d'agric.* Séance du 20 avril 1887.

maladies réunies sous le nom de pourridié. Dans le midi de la France, le pourridié est causé par le *Dematophora necatrix,* moisissure dont on ignore la place systématique et aussi par l'*Armillaria mellea*. Le pourridié, en détruisant les parties souterraines, rappelle les symptômes du *Phylloxera ;* mais on ne confondra pas l'épiphytie qui vole rapidement d'un bout à l'autre d'une contrée avec une affection toute locale, qui se propage lentement par entraînement de spores dans les interstices du sol, de manière à communiquer la maladie de proche en proche dans un rayon longtemps restreint. Aussi M. Le Monnier, qui suit depuis bien des années la marche de cette maladie dans ce département[1], a-t-il pu à diverses reprises tempérer les craintes des viticulteurs.

Les spores naissent par 8 dans des asques disposés avec de nombreuses paraphyses sur le renflement terminal d'un stipe verdâtre. Ce fruit rappelle le *Vibrissea truncorum,* élégante espèce des ruisseaux des Vosges ; mais les spores, au lieu d'être filiformes et de former une sorte de duvet vibratile à la surface de l'hyménium quand elles ont quitté leurs asques, sont, comme le dit M. Boudier[2], « rondes sublenticulaires ». On voit en effet, en recourant à un bon objectif à immersion, qu'elles sont formées de deux valves bombées, reliées par un anneau circulaire qui a été pris parfois pour une cloison transversale. Cette disposition, qui rappelle un peu celle des ascospores d'*Eurotium,* de *Penicillium,* etc., est due à une autre cause : la membrane de l'asque, arrêtée de bonne heure dans son développement, forme à la base un long pédicelle très étroit et dans la partie supérieure, vient se mouler exactement sur les spores superposées, les comprime et en arrête la croissance dans une région annulaire. Cette forme discoïde n'a pas été généralement comprise et certains auteurs ont considéré les spores comme sphériques ou comme ellipsoïdales, selon que la face circulaire ou le profil à peu près elliptique se présentait au microscope. Cette question, en apparence insignifiante, a pourtant son importance, car c'est une des causes

1. *Sur un Champignon parasite de la vigne.* (*Bulletin de la Soc. des sc. de Nancy,* t. XII, 1881, page 69.)

2. *Nouvelle classific. naturelle des Discomycètes charnus.* (*Bulletin de la Soc. mycol.,* t. I, 1885, p. 111.)

de la confuse synonymie de cette espèce ; on la trouve en effet décrite sous les noms de *Rœsleria hypogea, Vibrissea hypogea,* dans des ouvrages fort recommandables et l'on doit savoir gré au sympathique président de la Société mycologique d'avoir résolu, avec sa compétence incontestée, cette question délicate.

Le *Pilacre,* soustrait par son habitat aux brusques changements des saisons, cause aux ceps sur lesquels il s'implante une véritable maladie chronique, dont la terminaison fatale ne se fait guère attendre plus de trois ans. Des anguillules, une moisissure, une Chytridinée, aident d'ailleurs le parasite dans son action destructive : c'est du moins ce que nous avons constaté à plusieurs reprises sur des treilles attaquées à Épinal.

Les maladies chroniques d'origine parasitaire relèvent, dans leur production, de facteurs extérieurs, mais différents de ceux qui amènent les maladies saisonnières. Pour le *Pilacre,* ces facteurs sont peu connus ; ils sont plus clairs pour un ennemi du mélèze, le *Trichoscypha Willkommii* (Hart.), Vuill.[1], qui exerce depuis cinq ou six ans ses ravages à la pépinière forestière de Belle-Fontaine, près de Nancy, et qui a amené un assez grand nombre d'arbres à la période ultime. Le même Discomycète est fréquent dans les Vosges, aux environs d'Épinal ; mais au lieu de produire des chancres multiples sur les arbres vivants, il se contente des brindilles sèches tombées à leurs pieds et se comporte en simple saprophyte. La différence de terrain, en assurant à l'arbre une plus grande force de résistance, lui permet de rester sain au milieu des innombrables *Trichoscypha* qui jonchent le sol de la forêt, tandis que sur nos coteaux jurassiques, le même champignon produit sur la même essence un mal incurable.

Des remarques analogues ont été faites en Autriche par divers observateurs et consignées dans un récent mémoire de M. von Wettstein[2]. Le champignon était connu de temps immémorial dans les Alpes où sa présence ne s'était jamais trahie par de sé-

1. Cette espèce, appelée *Peziza* par Hartig, *Helotium* par von Wettstein, doit recevoir, conformément aux principes posés par M. Boudier, le nom de *Trichoscypha Willkommii.*

2. *Ueber* Helotium Willkommii (*Hart.*) *und einige ihm nahe stehende Helotium Arten.* (*Bot. Centr.-Bl.,* t. XXXI, 1887 ; nos 9 et 10.)

rieux ravages ; mais depuis que le mélèze est cultivé en grand dans les plaines austro-allemandes, le *Trichoscypha* y exerce sa puissance destructive. Bien plus, il s'est ainsi formé un foyer d'infestation dont l'action funeste s'irradie au loin. Il paraîtrait même que le parasite victorieux fait un retour offensif vers son ancienne patrie. Cette observation ne manquera pas de frapper les médecins, en leur montrant un agent infectieux, exagérant ses caractères pernicieux, parce qu'il a trouvé un terrain favorable à son développement et devenant dès lors apte à contaminer des sujets jusqu'alors réfractaires à son action.

D'autres champignons n'ayant pas la même indifférence à l'égard de la nature vivante ou morte du support, deviennent de plus en plus redoutables, à mesure que leurs attaques se multiplient dans une localité donnée, parce que leurs organes reproducteurs deviennent de plus en plus nombreux. Cette conséquence, difficilement applicable au *Trichoscypha,* à cause de la grande quantité d'individus saprophytes dans les forêts épargnées, nous expliquera comment un autre ennemi des conifères, qui ne végète pas plus d'un an sur les pins, arrive à couvrir à peu près sans exception toutes les feuilles des semis, dans les terrains qu'il fréquente depuis quelques années, lors même que les conditions atmosphériques lui sont contraires à l'époque la plus favorable à son extension.

Le *Leptostroma Pinastri,* Desm., cause la maladie désignée dans notre pays sous le nom de Rouge des feuilles de pin et appelée en Allemagne *Schüttekrankheit.* D'après les recherches de M. Prantl[1], la maladie éclaterait surtout au printemps ou vers le mois de juin, à l'époque où sortent les nouvelles aiguilles, et M. Rostrup pense que, pour éviter de répandre la contagion, les coupes des forêts attaquées doivent s'effectuer en hiver. Prantl remarque aussi que les conditions atmosphériques influent sur la marche et sur l'intensité de la maladie. Ainsi aux environs de Vienne, les feuilles de l'année 1875, dont le développement s'est effectué pendant un mois de juin très pluvieux, ont été partout beaucoup plus atteintes que les feuilles de l'année 1876.

1. *Forst- und Sayd-Zeitung,* 1877, page 435.

Depuis quelques années, ce parasite exerce de sérieux ravages dans les Vosges. A la pépinière de Belle-Fontaine, il est si abondant que, sur les semis de 2 à 4 ans de pins sylvestres surtout, il n'épargne pas un seul pied. Un traitement parasiticide a d'ailleurs été appliqué par M. Bartet [1] avec un plein succès. On pouvait s'attendre à voir la marche de la maladie enrayée, même dans les planches non traitées, à cause de la sécheresse du mois de juin. Et en effet les jeunes plants se sont bien comportés pendant la saison qui, d'après les auteurs étrangers, leur est le plus funeste. Mais le parasite aux aguets n'attendait que le moment propice et l'infestation commença à devenir sensible à la fin d'octobre et surtout en novembre. Les feuilles se couvrirent alors d'innombrables taches rouges, parfois confluentes, correspondant aux régions occupées par le mycélium, qui s'est introduit par les stomates. A mesure que le froid ralentissait l'énergie et la végétation des jeunes arbres, le parasite acquérait une force de plus en plus prépondérante et quand le sol fut couvert de neige et que des gelées d'une intensité peu commune marquèrent les derniers jours de l'année et le commencement de janvier, bien loin de partager l'engourdissement de sa victime, il achevait d'en faire sécher les feuilles en produisant d'innombrables spermogonies.

Les feuilles ainsi tuées se détachent en masse ; mais avec elles le parasite est éliminé ; les tiges sont indemnes et les nouveaux bourgeons émettent des feuilles saines. Celles-ci d'ailleurs sont plus courtes qu'à l'état normal, les pousses s'allongent moins ; en un mot, la débilité de l'arbre trahit l'épuisement causé par le parasite et survivant à sa présence. L'insuffisance du nouveau feuillage ne permet guère au pin de réparer les pertes antérieures, et si des rechutes dues à l'invasion de nouvelles spores de *Leptostroma* n'amènent pas directement la mort de l'arbre au bout d'un ou deux ans, il devient la proie de plusieurs cryptogames qui ne s'attaquent jamais aux arbres pleins de vigueur. C'est ainsi que le *Phoma pithya*, Sacc., développe son stroma noirâtre à travers l'écorce qui en est comme pétrie et jusque dans le bois des branches et du tronc principal des plants primitive-

1. *Comptes rendus de l'Ac. des Sc.* Séance du 27 février 1888.

ment envahis par le *Leptostroma* et leur donne le coup de grâce.

Le même *Phoma* s'installe également sur les pousses attaquées par les larves de l'*Hylesinus piniperda,* s'irradie des tissus mortifiés par l'insecte vers les parties saines et cause ainsi de grands dommages aux pins d'Autriche, sur les plateaux de Malzéville et de Villers. Voilà comment l'élément vivant s'associe à l'élément inerte du milieu pour aggraver l'action délétère des parasites.

Sur les feuilles de pin mortes à la suite de la maladie rouge, on rencontre, comme sur toutes les aiguilles desséchées, un grand nombre de saprophytes. L'un d'eux mérite une mention spéciale, parce que la plupart des botanistes le considèrent comme la cause même de la maladie ; c'est le *Lophodermium Pinastri,* Chev. Ce champignon, connu sous la forme ascosporée, est vulgarissime dans toute l'Europe centrale; on le trouve sur les aiguilles sèches encore adhérentes ou jonchant le sol, non seulement dans les bois de pins où la maladie est inconnue, mais sur le sapin et sur l'épicéa. Toute cause, normale ou pathologique, qui amène la mort des feuilles, lui prépare donc un terrain favorable. Ainsi nous avons remarqué que sur des épicéas attaqués par le *Chermes Abietis,* le *Lophodermium* était installé exclusivement sur les houppes d'aiguilles desséchées qui surmontent les galles. C'est sans doute en agissant comme ce parasite animal que le *Leptostroma* ouvre les portes au saprophyte; mais ce dernier, même dans la maladie rouge, ne montre ses conceptacles caractéristiques que sur les feuilles déjà mortes. On a prétendu, il est vrai, qu'il est installé depuis longtemps à l'état de mycélium et que les filaments qui provoquent l'apparition des taches lui appartiennent. M. Prantl a même cru reconnaître la localisation des fruits aux points primitivement occupés per les taches, ce qui nous semble invérifiable. M. Rostrup[1] de son côté a vu que le mycélium, avant de donner les périthèces, se couvrait de spermogonies. Ces spermogonies sont vraisemblablement le *Leptostroma ;* mais il n'est pas prouvé du tout que le *Leptostroma Pinastri* constitue les spermo-

1. Mémoire en langue danoise résumé par von Thümen : *Beiträge zur Kenntniss der auf der Schwarzfohre vork. Pilze. (Milth. aus dem forstlichen Versuchswesen Œsterreichs. — Neue Folge ;* Hft. II.)

gonies du *Lophodermium*, bien que depuis longtemps Tulasne[1] et plus récemment M. Saccardo[2] aient reconnu l'identité spécifique de plusieurs *Leptostroma* avec des Hystériacées, et que Winter[3] dise que le *Leptostroma Pinastri* en particulier, contrairement à l'opinion de Fuckel, rapportée dans un autre passage de sa *Flore*[4], appartient au *Lophodermium Pinastri*. Nous avons cru reconnaître des différences assez constantes entre le mycélium d'où naissent respectivement ces deux fructifications, celui du *Lophodermium* étant plus fin, moins contourné, moins coralloïde que celui du *Leptostroma*.

Les expériences d'infection opérées par Prantl ne nous paraissent pas plus concluantes. Au lieu d'isoler les spores, cet observateur plaçait en contact avec les plants sains les feuilles provenant des arbres malades. Il est bien évident qu'à côté des *Lophodermium* qu'y remarquait l'auteur, se cachait l'agent, quel qu'il fût, de la maladie.

Il n'est donc pas suffisamment démontré jusqu'ici que le *Lophodermium* soit bien la forme ultime du *Leptostroma* et qu'on doive lui attribuer la maladie rouge comme l'admettent Göppert, Prantl et Schnappach, Rostrup, von Thümen[5], Winter, Van Tieghem[6], etc.

L'humidité de l'automne de 1886 a beaucoup favorisé un autre ennemi du pin sylvestre qui d'ailleurs, une fois installé, cause une maladie chronique et devient médiocrement impressionnable aux actions extérieures. L'*Armillaria mellea*, un grand champignon, ou Agaric, produit dans les couches superficielles des sols forestiers un puissant mycélium. Celui-ci s'agglomère en cordons serrés, dont l'apparence justifie pleinement le nom de rhizomorphes. Il s'attaque aux racines des arbres, pénètre dans les tissus profonds, remonte jusqu'au collet, puis développe, entre le bois et l'écorce du tronc, une trame blanche qui sépare entièrement

1. *Nouvelles Rech. sur l'appareil reproducteur des Champignons.* (*Ann. sc. nat.*, 3e s., t. XX, 1853.
2. *Sylloge Fungorum.*
3. *Rab. Kr. Flora*, t. III, page 43.
4. *Loc. cit.*, t. II, page 81.
5. *Loc. cit.*
6. *Traité de botanique*, page 1067.

ces deux parties et des rhizomorphes blancs intérieurement, d'un brun sombre, parfois brillant à la surface. Le parasite, qui s'est fait du corps de son ennemi un véritable rempart contre les influences extérieures, s'élève rapidement à deux ou trois mètres, mortifiant la région la plus importante du tronc, et la cime de l'arbre se dessèche entièrement. Dans les forêts du Centre, les hêtres succombent souvent à ses attaques et les rhizomorphes mis à nu par la chute de quelque grosse branche présentent avec une intensité remarquable le phénomène de la phosphorescence. Dans les Vosges, nous avons vu des épicéas, des chênes, des hêtres tués par l'*Armillaria;* mais le pin sylvestre a été surtout maltraité. Pendant l'hiver de 1886-1887, les arbres morts montraient en grand nombre le bois dénudé et blanchi de leur tronc jusqu'à deux ou quatre mètres du sol et la terre alentour était jonchée des plaques d'écorce, détachées progressivement, tapissées de la trame blanche et des rhizomorphes du champignon, et dans bien des cas sculptées par les galeries des bostryches, qui n'attendent pas la mort de l'arbre pour envahir les voies préparées par le cryptogame et unir leurs efforts à ceux de ce dernier pour accabler leur puissante victime.

Le *Polyporus sulfureus* trouve aussi un abri dans le corps même de son ennemi ; il ronge lentement le tronc des plus beaux chênes et y détermine des chancres profonds et étendus. Après avoir lentement rassemblé de gigantesques matériaux aux dépens de son hôte, il produit en quelques jours un fruit énorme, contourné et ramifié, orangé en dessus, d'un jaune de soufre du côté des tubes, qui démasque ainsi le parasite et sa puissante végétation. La maladie ne paraît pas directement influencée par l'humidité, parce qu'on n'en aperçoit que le stade ultime. Ainsi nous avons vu au mois d'août dernier, malgré la grande sécheresse, un chêne superbe laisser échapper de ses flancs un polypore qui n'avait pas moins de 45 centimètres de diamètre ; mais la maladie existait en fait depuis bien longtemps.

Le *Rhytisma acerinum,* qui forme à la surface supérieure des feuilles d'érable de larges taches noires, chagrinées, a bien rarement présenté un développement aussi puissant que pendant l'automne de 1887, dans toute la Lorraine et dans d'autres par-

ties de la France. Et néanmoins sa présence était la conséquence de l'humidité antérieure. C'est pendant la période printanière que les spores ont germé et introduit leur mycélium dans le parenchyme foliaire, où l'appareil végétatif s'est conservé bien vivant jusqu'à l'époque de la reproduction.

Nous voyons que le rôle des actions extérieures est encore bien réel dans les maladies où il n'est pas très apparent. Nous avons entrevu aussi la place importante que tiennent les êtres vivants parmi les facteurs qui influent sur la santé des plantes. Certains végétaux causent d'une façon indirecte aux espèces cultivées un préjudice non moins sérieux que les vrais parasites, en donnant à ces derniers une hospitalité dont ils sont les premières victimes, mais qui est nécessaire pour permettre aux champignons d'arriver au stade de leur développement où ils attaquent nos cultures. Il s'agit ici du phénomène de l'hétérœcie, par lequel telle espèce est soumise à une alternance régulière de formes, qui l'adapte à divers habitats et qui exige la réunion, dans un même rayon, de ces divers terrains, pour que l'espèce puisse s'y maintenir. Un exemple classique de ce phénomène nous est offert par la puccinie du blé, qui doit passer une certaine période de sa vie sur l'épine-vinette, une autre sur les graminées ; il en résulte que la présence de l'épine-vinette est une condition nécessaire à la production de la rouille des céréales.

Les seneçons sont au même titre les ennemis des pins ou, pour mieux dire, ils jouent à l'égard de cet arbre le rôle du blé à l'égard du *Berberis*. C'est en effet du *Coleosporium Senecionis* que venait le parasite qui, au printemps de 1887, à Malzéville et ailleurs, a couvert un grand nombre d'aiguilles du pin sylvestre de la forme æcidienne appelée *Peridermium Pini acicolum*. Le *Cronartium asclepiadeum*, que l'on rencontre souvent sur le dompte-venin de nos coteaux calcaires, représente, selon M. Cornu[1], les téleutospores du *Peridermium* de l'écorce des pins.

Ailleurs c'est le tremble d'une part, les pins ou les mélèzes de l'autre, qui sont en échange de mauvais procédés, les *Melamp-*

1. *Comptes rendus de l'Ac. des sc.*, 19 avril 1886, page 930.

*sora* des premiers devenant, d'après M. R. Hartig[1], les *Cœoma* des derniers.

Réciproquement, les arbres verts sont des voisins dangereux pour les arbres fruitiers. Bien des horticulteurs ont voué une haine implacable à la sabine, dont la présence provoque presque sûrement la rouille grillagée des poiriers. L'oxycèdre, le pin d'Alep, partagent son mauvais renom. Il est probable que d'autres conifères hébergent aussi le *Gymnosporangium Sabinæ,* car nous avons rencontré les galles rougeâtres qui portent les élégants conceptacles de la seconde forme de cette espèce, le *Rœstelia cancellata,* sur les feuilles de poirier, dans des localités vosgiennes où les Gymnospermes précitées ne paraissent pas être cultivées. M. Mer a remarqué également l'extrême abondance du *Rœstelia lacerata* sur les sorbiers sauvages dans des forêts de la région montagneuse, où le genévrier commun semble faire défaut et où le *Gymnosporangium* correspondant ne s'observe pas. On peut même se demander si ces espèces normalement hétéroïques ne deviennent pas dans certains cas homoïques. On connaît déjà un fait de cette nature concernant le *Chrysomyxa Rhododendri* des Alpes; il est bon de ne point perdre de vue cette éventualité et de ne pas s'endormir dans une confiance aveugle, parce qu'on aura extirpé une espèce qui semblait être l'intermédiaire obligé entre un parasite et une espèce cultivée.

Le facteur vivant, aussi bien que les facteurs cosmiques, vient parfois en aide à la plante pour combattre les influences délétères. Des végétaux ou des animaux soutiennent alors l'espèce attaquée contre des ennemis appartenant à l'un ou l'autre règne. Ainsi la pyrale de la vigne, si redoutable dans les années sèches où les cryptogames sont frappées d'une impuissance relative, si abondante cette année autour de Nancy, trouve un ennemi sérieux dans le *Chalcis minuta.* C'est une petite moisissure, un *Entomophthora,* qui délivre les luzernières, en Amérique, du *Phytonomus punctatus.* M. Planchon[2] a observé, dans les serres du Jar-

1. *Mittheilungen über Pflanzenkrankheiten.* (*Sitz. ber. d. Ges. für Morphol. u. Phys. in München.* 1886.)

2. *Note sur un cryptogame insecticide.* (*Comptes rendus de l'Ac. des sc.,* 1881, page 1193.)

din des Plantes de Montpellier, que les *Siphonophora* des cinéraires devenaient la proie d'un *Botrytis*. Mais à l'air libre le puceron reprenait l'avantage, et le cryptogame insecticide ne pouvait rendre de nouveaux services horticoles. On voit que, dans cet exemple, une élévation thermique rendait la plante malade, non pas que son organisation l'adaptât mieux à la température ordinaire, ni même que son ennemi fût directement influencé par ce changement, mais parce que son alliée se trouvait paralysée. Ce fait rappelle aussi, à certains égards, la célèbre expérience de Pasteur, dans laquelle un simple refroidissement faisait perdre à une poule l'immunité que les oiseaux possèdent d'ordinaire à l'égard du virus charbonneux. Les maladies causées par les êtres vivants les plus divers présentent donc de nombreuses analogies dans les conditions qui les favorisent ou les entravent.

De l'ensemble des observations qui précèdent se dégage un enseignement applicable à l'étiologie des maladies parasitaires ou infectieuses en général. Pour qu'une telle maladie se déclare, la présence d'un être vivant d'espèce déterminée est une condition nécessaire, mais non suffisante. En se pénétrant bien de cette idée, les médecins trouveraient le vrai moyen de concilier deux doctrines qui se disputent actuellement les écoles. Aux microbistes intransigeants on oppose l'influence, évidente dans certains cas, des refroidissements, du surmenage, de ces causes banales auxquelles on attribue souvent les maladies. Aux antiparasitaires on présente les résultats merveilleux de la méthode antiseptique, les cultures, les inoculations, l'atténuation des virus. Dans les deux camps on a raison, tant qu'on s'en tient aux questions de faits. Mais la thérapeutique est un problème plus grave et plus délicat, exigeant que l'on connaisse toute la vérité.

Certains microbistes ont conçu une thérapeutique d'une simplicité merveilleuse, aussi facile à établir qu'un théorème de géométrie. Partant de l'axiome : *Sublatâ causâ, tollitur effectus,* ils nous disent : Détruisez les microbes pathogènes et vous serez à l'abri des maladies. Je n'aborderai pas les procédés d'exécution de la recette, qui peut, dans plusieurs cas bien définis, inspirer de bonnes mesures prophylactiques. Mais il est bon

d'observer qu'il y a d'autres moyens de vivre en paix avec ces ennemis et de les empêcher de nuire. Nous avons vu que le *Glœosporium* du platane, le *Coryneum* du cerisier, le *Trichoscypha* du mélèze, champignons capables de déterminer de si graves épiphyties, vivent le plus souvent aux dépens des mêmes arbres, sans provoquer de maladies. Nous avons vu aussi que leur puissance pernicieuse croissait avec le nombre de leurs victimes.

Au lieu de nous évertuer à détruire à grands frais des ennemis qu'il est impossible d'atteindre dans tous leurs repaires, consacrons nos forces à préparer des organismes sains, par une application intelligente des règles de l'hygiène; évitons les actions débilitantes, les influences reconnues pernicieuses par l'expérience des siècles; si nous n'atteignons pas ainsi le but chimérique d'anéantir la *cause* des maladies auxquelles est exposée notre espèce, aussi bien que les êtres qu'il nous importe de conserver, du moins nous ne préparerons pas le terrain qui seul peut assurer à ces redoutables adversaires un premier succès, qui devient le prélude de ravages irréparables.

Aujourd'hui que l'action des microbes dans les maladies humaines est bien établie, le médecin est tenu de se rendre parfaitement compte du mode d'existence de ces parasites et des conditions qui favorisent leur action nocive. Mais les progrès de nos connaissances seraient certainement nuisibles à l'humanité, s'ils faisaient oublier que dans toute question pathologique, c'est l'homme, avec les ressources de son organisme, la manière de cultiver ces dernières, et de faire de notre corps un terrain impropre au développement de ses ennemis, qui doit être l'objet essentiel de nos études. En un mot, pour nous faire une idée exacte d'une maladie parasitaire, il faut tenir également compte du parasite, du corps vivant qui doit lui servir de support et des conditions accessoires, liées au milieu cosmique ou vivant, qui sont de nature à faire de ce support un sol, une station propice à l'extension funeste de l'être pathogène.

# EXPLICATION DE LA PLANCHE

**(Coryneum Beijerinckii.)**

Fig. 1. — Feuille de cerisier attaquée par le parasite. Plusieurs taches sont déjà éliminées.

Fig. 2. — Stroma simulant un *Entyloma*. Coupe transversale de pétiole. — Gr. : 650.

Fig. 3. — Jeune spore du type *Coryneum* naissant sur un mycélium saprophyte. — Gr. : 650.

Fig. 4. — Bouquet de spores né d'un seul filament. — Gr. : 300.

Fig. 5. — Filaments anastomosés, chargés de spores du type *Coryneum*. — Gr. : 300.

Fig. 6. Spore germant. — Gr. : 300.

Fig. 7. — Spore du type *Coryneum* naissant d'une anastomose. — Gr. : 650.

Fig. 8. — Spores du type *Coryneum* se désarticulant. — Gr. : 650.

Fig. 9. — Tache d'un limbe de cerisier couverte de pycnides. — Gr. : 6.

Fig. 10. — Pycnide du type *Phyllosticta*. — Gr. : 300.

Fig. 11. — Stylospores de pycnide. — Gr. : 650.

Fig. 12. — Cellules isolées du stroma donnant des sortes de stylospores. — Gr. : 650.

Fig. 13. — Les mêmes stylospores isolées. — Gr. : 650.

Fig. 14. — Chapelets bruns du type *Chroolepus* s'allongeant en filaments incolores. — Gr. : 650.

Fig. 15. — Mycélium dont certaines portions sont altérées par la gomme. — Gr. : 650.

# SUR UNE FORME ANCESTRALE

DE

# L'HELIX (LEUCOCHROA) CANDIDISSIMA

## DRAPARNAUD [1]

**Par M. Philippe THOMAS**

VÉTÉRINAIRE DE 1re CLASSE AU 10e RÉGIMENT DE HUSSARDS

Je désire étudier un fait qui, si je ne me trompe, établit entre des êtres de formes très différenciées et d'âges géologiques très éloignés, mais ayant vécu et évolué sur un même point géographique, des liens de parenté au moins très probants, sinon absolument démontrés.

Les vicissitudes de la pellicule terrestre ont été si fréquentes et si profondes, qu'il est fort rare d'avoir la bonne fortune d'y rencontrer, côte à côte et réunis sur un même point, des êtres vivants et fossiles offrant encore des caractères communs assez nettement définis pour permettre d'établir entre eux une filiation probante. Pour que ces conditions exceptionnelles aient pu se réaliser, il a fallu le concours de circonstances telles que, d'un âge géologique à l'autre, l'adaptation du type considéré à chaque milieu nouveau se soit faite sur place, sans qu'il ait été astreint à ces nombreux et lointains exodes qui furent le sort de la plupart des espèces paléontologiques.

Les êtres dont j'ai à vous entretenir sont des mollusques pulmonés, appartenant au genre *Helix*. Ils apparurent dans le nord de l'Afrique vers la fin des temps miocènes, à cette époque où les

1. Communication faite dans la séance générale annuelle du 21 décembre 1888.

mers, encore prépondérantes sur notre hémisphère, baignaient de leurs tièdes effluves les lambeaux à peine émergés des continents actuels ; lambeaux au nombre desquels se dessinaient déjà nettement les contours du puissant Atlas algérien. Le retrait de la mer mollassique à *Ostrea crassissima* avait fait place, dans les profondes dépressions de ce dernier, à de vastes bassins lacustres, dont l'un entoura complètement le pittoresque rocher sur lequel est bâtie la ville de Constantine. Ce fut sur les bords de ce bassin que, à l'ombre des Flabellariées (*F. Lamanonis,* Coquand) et d'autres végétaux aujourd'hui disparus, vécurent en compagnie de Bulimes, de Férussacies, etc.[1], cinq à six espèces d'hélices décrites, il y a une vingtaine d'années, par M. Crosse[2], dont l'une, l'*Helix semperiana,* fait l'objet de cette communication (voir fig. 1 à 6).

Tous les caractères essentiels de l'*Helix semperiana* rappellent exactement ceux attribués par Beck au groupe actuellement vivant des *Leucochroa*. En effet, cette espèce mio-pliocène a une forme globuleuse très bombée en dessus, légèrement aplatie en dessous ; elle est ornée de stries longitudinales très fines et inégales; son test, opaque et glabre, a une épaisseur, une solidité remarquables; sa couleur est d'un beau blanc mat uniforme, rarement altéré par la fossilisation ; les tours de sa spire, au nombre de 4 à 6, sont très peu bombés et augmentent graduellement de largeur, du premier au dernier, lequel est obtusément caréné chez l'adulte et se réfléchit un peu vers le bas, près de l'ouverture ; sa suture est des plus superficielles ; son sommet est obtus et son ombilic recouvert par la columelle ; son ouverture, enfin, est très oblique, fortement échancrée par le dernier tour et son péristome, épais, est un peu réfléchi sur le bord columellaire. L'*Helix semperiana* ne diffère donc de tous les *Leucochroa* que par l'étroitesse et l'épaississement considérables de son péristome, lequel porte une volumineuse dent aperturale trochléiforme et présente une échancrure remarquable sur son bord columellaire,

1. Pour les détails sur cette faune, voir mes *Recherches stratigraphiques et paléontologiques sur les formations d'eau douce de l'Algérie,* in *Mém. Soc. géol. de France,* 3e série, tome III.

2. *Journal de conchyliologie.*

juste en face de la dent. Mais, vue en dessus, une *Helix semperiana* ne se peut distinguer d'un *Leucochroa candidisima* type, de l'époque actuelle.

L'espèce fossile ne diffère donc de l'espèce vivante que par l'hypersécrétion aperturale qui a si curieusement modifié la forme de son ouverture et de son péristome. Mais l'on sait que cette hypersécrétion n'est considérée aujourd'hui, par les morphologistes, que comme un simple accident que de Blainville, en son *Manuel de malacologie* (1825), attribuait déjà, d'une manière générale, à « une surexcitation dans les forces vitales, déterminée « par quelque circonstance locale..... » Cependant, cette opinion de de Blainville sur la signification morphologique des accidents aperturaux, admise aussi par Carlo Porro [1], bien que justifiée par la variabilité même de ces accidents considérés dans une même espèce, ne les laisse pas moins, comme nous le verrons tout à l'heure, soumis aux lois de l'hérédité, lesquelles leur confèrent une valeur spécifique importante. Je ne pense pas, néanmoins, qu'il convienne de leur attribuer une valeur générique quelconque, et qu'ils puissent en rien s'opposer à l'admission de l'*Helix semperiana* dans le groupe des *Leucochroa*.

Et, en effet, nous voyons les caractères génériques de l'*Helix semperiana* s'accentuer encore davantage dès l'époque géologique qui suit immédiatement celle de son apparition, en même temps que ses caractères aperturaux spécifiques tendent à s'effacer. Si, des sédiments argilo-gypsifères inférieurs des environs de Constantine, nous remontons dans les calcaires lacustres puissants qui se sont déposés au-dessus d'eux et recèlent les débris de l'*Equus Stenonis* en même temps que ceux de l'*Hipparion gracile* et de l'*Elephas meridionalis*, nous nous trouverons en présence d'une forme nouvelle de l'*Helix semperiana* (voir fig. 7 à 12), dans laquelle les caractères aperturaux se sont déjà atténués, de façon à montrer une tendance évidente vers la forme actuelle représentée par l'*Helix candidissima*. Il est à remarquer, du reste, que, dans ces calcaires pliocènes, cette forme nouvelle de l'*Helix semperiana*, que j'ai désignée sous le nom

1. *Studii s. talune variazoni*, 1839.

de *subsemperiana*[1], représente à elle seule les hélices dentées de l'époque précédente, dont les espèces les plus typiques, telles que les *H. Desoudiniana* et *Jobœana*, Crosse, ont complètement disparu. Or, ce qui caractérise surtout la nouvelle forme pliocène de l'*H. semperiana*, ou *subsemperiana*, c'est : 1° la réduction de sa dent aperturale, laquelle tend à se détacher et à s'isoler du péristome ; 2° l'amincissement considérable de celui-ci sur tout son pourtour ; 3° la disparition presque complète de la constriction de son bord columellaire ; 4° enfin, la forme plus arrondie et l'élargissement de son ouverture.

Si maintenant nous cherchons dans les sédiments détritiques et ferrugineux de la fin de l'époque pliocène, lesquels recouvrent les calcaires lacustres précédents, nous n'y retrouverons plus qu'une *Helix subsemperiana* encore différenciée, rare et mal conservée, il est vrai, mais dont les tours de spire se montrent visiblement plus allongés ; dont l'ouverture s'est encore élargie et arrondie, tout en se réfléchissant davantage sous le dernier tour de spire, comme dans les *Helix candidissima* actuelles ; dont la taille, enfin, s'est accrue.

Je ne sais rien personnellement de l'histoire des *Leucochroa* à l'époque quaternaire ancienne ; mais mon savant ami M. le docteur Bleicher m'a affirmé avoir observé cette forme, avec tous ses caractères actuels, dans les grès quaternaires anciens à hélices des environs d'Oran. Je ne l'ai retrouvée, pour ma part, que dans les alluvions quaternaires récentes à *Bubalus antiquus*, Duvernoy, et à *Bos primigenius mauritanicus*, Thomas[2], des environs de Constantine ; mais ici, c'est un *Leucochroa candidissima* actuel typique, avec un péristome mince et arrondi, sur lequel toute trace d'hypersécrétion aperturale s'est effacée et qui ne présente, comme seul vestige de celle-ci, qu'un léger amincissement du bord columellaire correspondant à l'échancrure si remarquable du bord columellaire de l'*Helix semperiana*.

Arrivons donc au *Leucochroa candidissima* actuel, et voyons

1. V. le *Tableau synoptique* de mon Mémoire ci-dessus.

2. V. mes *Recherches sur les Bovidés fossiles de l'Algérie*, in *Bull. Soc. zoologique de France*, 1881.

comment nous pourrons établir sa filiation directe avec les formes primitives que nous venons de passer en revue.

L'*Helix candidissima*, ou *hélice porcelaine*, a été ainsi nommée en 1801 par Draparnaud ; plus tard, elle a été successivement classée, suivant les idées systématiques dominantes, dans les sous-genres *Helicogena*, de Férussac[1], *Leucochroa*, de Beck[2] et *Zonites*, de Moquin-Tandon[3]. C'est le second de ces classements qui a prévalu. Bourguignat dit de ce mollusque qu'il est « un être essentiellement cosmopolite et ami des régions soumises aux influences marines... dont le domaine s'étend sur toute la région circumméditerranéenne[4].... ». C'est même sur la prédilection marquée de cette espèce pour les horizons maritimes, ainsi que sur sa grande abondance à la lisière septentrionale du Sahara algérien, que cet auteur a cru pouvoir baser son affirmation de l'existence d'une mer saharienne à une époque récente. Aujourd'hui, l'on sait exactement à quoi s'en tenir sur cette question ; mais rien n'empêche d'admettre, en effet, qu'à l'époque où les lagunes sahariennes baignaient de leurs eaux saumâtres le pied sud de l'Atlas, ces lagunes aient pu jouer, à l'égard de certains êtres halophiles, le rôle d'une véritable mer. C'est ce que j'ai essayé de démontrer ailleurs pour le *Cardium edule* des chotts et des sebkhas du Sahara et des hauts-plateaux[5].

Quoi qu'il en soit, ce mollusque, très répandu actuellement dans tout l'Atlas algérien, s'y rencontre sur des points fort éloignés des rivages maritimes et séparés de ceux-ci par des rideaux montagneux importants. C'est ainsi qu'il existe en grand nombre sur les plateaux calcaires et rocailleux qui s'étendent au sud et à l'ouest de la ville de Constantine, notamment sur le plateau d'Aïn-el-Bey, formé en entier par les sédiments des anciens lacs tertiaires dont il a été question au début de ce travail. Or, c'est en étudiant sur place la faune de ces anciens lacs et de leurs ri-

1. *Tableau systém.*, 1822.
2. *Index molluscorum*, 1837.
3. *Hist. Moll. France*, 1855.
4. *Malacologie de l'Algérie*, 1870.
5. *Recherches sur les formations d'eau douce de l'Algérie*, in *Mém. Soc. géol. de France*, 3e série, tome III, p. 24.

vages, que je fus amené à rapprocher l'une de l'autre plusieurs des coquilles terrestres vivant actuellement sur leurs anciens fonds asséchés, des coquilles fossiles que recèlent leurs sédiments. Ceux-ci, en effet, avec les *Helix semperiana* et *subsemperiana* renferment, entre autres formes affines aux types actuels de la même région : une Hélice innomée, très voisine de l'*Helix Constantinæ,* Forbes; une Férussacie rappelant celles vivantes dans le voisinage; un grand Bulime dont Coquand a fait le *Bulimus Bavouxi* et qui se distingue à peine du *Bulimus decollatus* actuel, etc... Bref, ce petit coin m'apparut immédiatement comme le véritable *centre d'apparition* d'un certain nombre de mollusques terrestres encore vivants dans la même contrée. En ce qui concerne le *Leucochroa candidissima,* cette impression devint une conviction lorsque, à ma grande surprise, je remarquai que beaucoup de ces coquilles actuellement vivantes sur le plateau d'Aïn-el-Bey présentent un épaississement dentiforme (voir fig. 13 à 18) de leur callum, rappelant exactement la dent aperturale de l'*Helix semperiana* et de sa variété pliocène. En rapprochant ce dernier caractère de tous ceux qui lient si étroitement l'espèce vivante à l'espèce fossile et les rangent, indubitablement, dans la même coupe générique des *Leucochroa,* je fus forcé d'admettre que l'épaississement dentiforme accidentel de l'espèce vivante, n'était qu'une de ces manifestations *ataviques* dont l'école transformiste a si bien mis en lumière la véritable signification.

Il est bien rare que des faits d'apparence contradictoire ne surgissent pas au début de toute observation nouvelle. Comme pour confirmer cette règle, je rencontrai, côte à côte avec cette forme atavique du *Leucochroa candidissima,* une autre variation de cette même coquille ayant un caractère et une signification diamétralement opposés en ce sens que, au lieu d'être une manifestation *atavique,* elle exprime, au contraire, une tendance manifeste de l'espèce vers une forme nouvelle et divergente de celle du type ancestral. Il s'agissait, en effet, de nombreux cas de vrai et de faux *scalarisme,* affectant à tous les degrés un grand nombre de sujets de l'espèce vivante. Il était bien évident qu'une même cause, agissant dans les mêmes conditions de temps et de

milieux, n'avait pu produire deux effets aussi diamétralement opposés. Il me fallut donc en conclure que l'espèce est aux prises, sur le point considéré, avec deux forces mystérieuses et antagonistes qui rendent difficile, au premier abord, l'interprétation de leurs déterminantes. Mais, en examinant ces faits de plus près, on s'aperçoit bientôt que, loin de se contredire, ils s'éclairent l'un par l'autre.

En effet, les malacologistes, Bourguignat notamment, dans sa théorie malaco-stratigraphique [1], montre comment la tendance générale des Gastéropodes pulmonés du nord de l'Afrique à contracter leur spire, tout en l'allongeant parfois jusqu'au scalarisme, est liée à un phénomène d'ordre purement climatérique, général ou local. Il fait voir que cette influence extérieure peut, en allongeant ou en abaissant la spire des Gastéropodes terrestres, modifier du même coup la forme et les dimensions de leur ouverture. Ce sont là des manifestations, le plus souvent toutes locales, d'une loi générale que les malacologistes ont ainsi formulée : « Sous l'influence d'un climat chaud ou humide, la spire des Gas-« téropodes terrestres se comprime et leur ouverture se dilate ; « leur spire s'allonge ou se turricule et leur ouverture se con-« tracte sous l'influence d'un climat sec ou froid... » Or, cette loi se vérifie exactement pour les *Leucochroa* vivants et fossiles des environs de Constantine. Nous voyons, en effet, sous l'influence du climat chaud et humide de la fin de l'époque miocène, l'*Helix semperiana,* ainsi que les espèces fossiles qui vécurent à ses côtés, telles que les *Helix Desoudiniana, Jobœana, Dumortieriana, Vanvinequiæ,* etc., présenter une coquille entièrement globuleuse ou fortement déprimée, avec un dernier tour saillant et très dilaté. Par contre, non seulement nous voyons, sous l'influence d'un climat franchement pliocène et sensiblement plus froid, l'*Helix semperiana* allonger légèrement sa spire en creusant sa suture et resserrant un peu son dernier tour, mais elle seule semble avoir pu se plier à cette influence climatérique, car aucune de ses commensales n'a pu se perpétuer comme elle sous une forme reconnaissable au delà de la période mio-pliocène.

1. *Malacologie de l'Algérie*, t. II, p. 365.

De plus, dès le commencement de l'époque quaternaire, ainsi qu'en témoignent les grès à hélices d'Oran, l'*Helix subsemperiana* perdra tous ses caractères aperturaux et sa coquille ne se pourra déjà plus distinguer de celle de l'espèce vivante. Il y a donc là une relation de cause à effet très probante, permettant d'attribuer les nombreux faits de turriculation plus ou moins *scalariforme* de l'espèce actuelle, à la prédominance sans cesse croissante du climat désertique dans le nord de l'Afrique, depuis les temps quaternaires. Mais il est bien évident que ce phénomène ne peut avoir rien de commun avec la réapparition, sur un grand nombre de sujets, de l'un des caractères aperturaux de l'ancêtre mio-pliocène, phénomène héréditaire et permanent qui relève exclusivement de la loi d'*atavisme*. Ce qui le prouve, c'est que, sur plusieurs milliers d'individus vivants recueillis et examinés par moi, je n'ai jamais rencontré *un seul* sujet à la fois scolaire et pourvu du moindre épaississement dentiforme du péristome ; ces deux caractères semblent s'exclure l'un l'autre dans l'espèce vivante et le premier ne se rencontre *jamais* dans les espèces tertiaires.

Il y a donc ici, comme partout, une lutte évidente et ouverte entre les lois de l'hérédité et celles du transformisme : lutte pour la permanence des caractères spécifiques d'un côté ; pour leur adaptation à des milieux nouveaux, de l'autre ; combat d'autant plus intéressant qu'ici, l'*espèce* lutte sur le sol même où elle semble avoir pris naissance, lequel recèle toutes ses dépouilles géologiques connues, témoins irrécusables de ses victoires et de ses défaites pendant la longue suite des âges.

Conclusion. — L'*Helix semperiana*, Crosse, des sédiments lacustres mio-pliocènes des environs de Constantine, dont une forme dérivée (*Helix subsemperiana*) se trouve dans les calcaires lacustres pliocènes de la même région, doit être rangée dans le sous-genre *Leucochroa*, Beck, et peut être considérée comme l'ancêtre géologique du *Leucochroa candidissima*, Draparnaud, actuellement vivant dans toute la région circumméditerranéenne.

# EXPLICATION DE LA PLANCHE

Figures 1, 2, 3, 4, 5 et 6. — *Helix* (*Leucochroa*) *semperiana*, Crosse, des marnes gypsifères mio-pliocènes des environs de Constantine.

Figures 7, 8, 9, 10, 11 et 12. — *Helix* (*Leucochroa*) *subsemperiana*, Thomas, des calcaires pliocènes d'Aïn-el-Bey, près Constantine.

Figures 13, 14, 15, 16, 17 et 18. — *Helix* (*Leucochroa*) *candidissima*, Draparnaud, du plateau d'Aïn-el-Bey, près Constantine. Ces spécimens présentent tous, au côté externe de l'ouverture, une dent rudimentaire.

Figures 19, 20, 21, 22, 23 et 24. — *Helix* (*Leucochroa*) *candidissima*, Draparnaud, du plateau d'Aïn-el-Bey, près Constantine. Ces spécimens sont tous scalariformes à divers degrés.

# UNE NOUVELLE FONCTION

DE

# L'ÉTHER CYANACÉTIQUE

**Par M. HALLER**

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY

Depuis quelques années je m'occupe de l'influence qu'exerce le cyanogène sur certains groupements hydrocarbonés et en particulier sur le radical méthylène compris entre deux groupes électronégatifs, comme dans l'éther malonique $CO^2 C^2 H^5 — CH^2 — CO^2 C^2 H^5$, les éthers acétyl et benzoylacétique $CH^3 — CO — CH^2 — CO^2 C^2 H^5$; $C^6 H^5 — CO — CH^2 — CO^2 C^2 H^5$.

J'ai montré, soit seul, soit en collaboration avec M. Held, que l'introduction du cyanogène dans le radical $CH^2$ imprimait à ces molécules une fonction nettement acide. — Dans la suite de mes études, j'ai préparé une kétone cyanée, la cyanacétophénone $C^6H^5 — CO — CH^2 CAz$ qui, elle, renferme un groupe $CH^2$ compris entre CO et CAz. Comme les composés cyanés ci-dessus, cette molécule se comporte comme un acide et est susceptible d'échanger un atome d'hydrogène du groupe $CH^2$ contre un atome de métal. On a obtenu ainsi la cyanacétophénone argentique $C^6H^5 — CO — CHAg — CAz$.

La fonction de cette kétone cyanée m'a suggéré l'idée de rechercher si l'éther cyanacétique, qui renferme un groupe méthylène compris entre CAz et $CO^2 C^2H^5$, n'était pas susceptible d'échanger de l'hydrogène contre du métal. Dans ce but, on a traité 15 gr. d'éther cyanacétique étendu de son volume d'alcool absolu par 2,3 de sodium dissous dans 15 fois son volume du même alcool.

Au bout d'un instant, il s'est formé un magma volumineux qu'on a étendu sur des plaques de porcelaine poreuse et séché dans le vide.

L'analyse de ce produit a donné des nombres répondant à la formule $CAz - CH - Na - CO^2 C^2H^5$.

Ce composé est presque insoluble dans l'alcool absolu, soluble dans l'eau qui le décompose avec mise en liberté de soude caustique. Il attire facilement l'humidité et l'acide carbonique de l'air, comme le fait le camphocyanate de soude. En augmentant la quantité d'alcool absolu dans la préparation ci-dessus, de manière à empêcher la précipitation de composé sodé et ajoutant au liquide une solution d'azotate d'argent dans l'alcool, on obtient un composé argentique extrêmement instable. Il noircit en effet très facilement à la lumière, est insoluble dans l'eau et dans l'alcool. Chauffé, soit en présence de l'eau, soit en présence de l'alcool, il noircit instantanément.

Enfin, quand on traite une solution alcoolique d'éther cyanacétique sodé par de l'iodure d'éthyle, la liqueur ne tarde pas à se troubler et à laisser déposer de l'iodure de sodium. Elle prend en même temps une coloration verte. Dans cette réaction, il se forme sans doute de l'éthylcyanacétate d'éthyle, comme le montre l'équation

$$CH\,Na - CAz - CO^2 C^2H^5 + C^2H^5I = NaI + CH\begin{cases} C^2H^5 \\ CAz \\ CO^2 C^2H^5. \end{cases}$$

Cette propriété de l'éther cyanacétique nous permettra, je l'espère, de préparer toute une série de corps qui résulteront de la substitution de radicaux alcooliques ou de radicaux acides à l'hydrogène du groupe $CH^2$ de $CH^2\begin{cases} CAz \\ CO^2 C^2H^5. \end{cases}$

Nous pensons aussi traiter l'éther cyanacétique sodé par du chlorure d'acétyle, de façon à reproduire l'éther acétylcyanacétique que nous avons préparé avec M. Held en partant de l'éther acétylacétique. — Cette nouvelle synthèse jettera un nouveau jour sur la constitution probable de ce dernier composé.

# MUSCLES SURNUMÉRAIRES

## MUSCLE PRÉSTERNAL

## ET MUSCLE PÉRONÉO-CALCANÉEN INTERNE BILATÉRAL

**Par A. NICOLAS**

PROFESSEUR AGRÉGÉ A LA FACULTÉ DE MÉDECINE DE NANCY

La question des anomalies musculaires, mise à l'ordre du jour par les remarquables travaux et les patientes recherches d'un certain nombre d'anatomistes tant français qu'étrangers, parmi lesquels brillent au premier rang, Testut, Gruber, Wood, Romiti, Turner, Chudzinsky, Giacomini... et d'autres encore, mérite à plus d'un titre d'attirer l'attention de tous ceux qui ont l'occasion de disséquer des cadavres humains. L'importance capitale qui s'attache à l'étude des variations du système musculaire n'échappe à personne; c'est en grande partie à elle que l'anatomie philosophique a dû les progrès qu'elle a faits dans ces dernières années; c'est à elle aussi que la doctrine transformiste emprunte beaucoup de ses arguments les plus convaincants et les plus irrésistibles. Aussi, et parce que bien des points restent encore obscurs, ne doit-on pas dédaigner d'accumuler les observations, car c'est en les multipliant que la lumière arrivera petit à petit à se faire.

Les deux observations que nous relatons concernent des muscles surnuméraires: un muscle présternal et un muscle que nous pensons être une variété du *peroneo-calcaneus internus* décrit pour la première fois par Macalister [1].

1. Macalister. *Trans. of Royal Irish Acad.* 1871.

*Muscle présternal.* — Dans le courant de l'hiver 1886-1887, nous avons eu l'occasion de disséquer un muscle présternal, du côté droit, chez un sujet du sexe masculin. Ce muscle, de forme triangulaire, correspondait, par sa base dirigée obliquement de haut en bas et de dedans en dehors, au niveau du cartilage de la 5e côte. Là, les fibres musculaires s'inséraient par de très courtes fibres tendineuses sur l'aponévrose du grand pectoral, sur la partie adjacente du bord droit du sternum et en dehors sur la gaîne du grand droit. Les fibres nées de ces points d'insertion formaient un corps musculaire, large d'environ 3 centimètres à son point de départ, qui se dirigeait verticalement en haut en s'effilant et qui, au niveau du 2e espace intercostal, donnait naissance à un tendon d'abord arrondi, mais qui s'aplatissait bientôt en s'élargissant. Les fibres externes de cette lamelle et les moyennes se continuaient toutes avec les fibres d'insertion sternales du sterno-cléido-mastoïdien ; les internes, constituées par quelques fibrilles peu résistantes, décrivaient une arcade à concavité dirigée en bas et se réunissaient aux fibres tendineuses du sterno-mastoïdien pour aller avec elles s'insérer sur la poignée du sternum. Le tendon tout entier ne présentait pas d'autre insertion osseuse que celle que nous venons de signaler en dernier lieu et qui est, nous le répétons, peu solide; sa majeure partie en continuité avec le tendon du sterno-mastoïdien se laissait facilement décoller de l'aponévrose du grand pectoral sous-jacente, aussi bien que de la clavicule et du bord externe du sternum.

Tel est le muscle présternal que nous avons observé. Nous ne voulons pas discuter sa signification, au sujet de laquelle on a beaucoup écrit, beaucoup bâti d'hypothèses[1]. L'opinion de Bourrienne, reprise et complétée par Testut, qui fait du muscle présternal une dépendance du sterno-cléido-mastoïdien, nous paraît être la plus vraisemblable et la plus conforme à la réalité. Dans notre observation, la continuité de ces deux muscles était évidente et la conclusion à tirer de ce fait saute aux yeux. Main-

1. Voir, pour cette question : Testut, *les Anomalies musculaires*, p. 74. Paris, 1884. — *Le Muscle présternal et sa signification anatomique.* (*Journal de l'anatomie et de la physiologie*, t. XX.)

tenant, quant à l'origine de cette anomalie, il faut avouer que l'on en est encore réduit aux hypothèses. Celle qu'a développée Testut, avec tant d'originalité et de clarté, est certainement la plus séduisante et, dans l'état actuel de nos connaissances, satisfait le mieux aux besoins de notre esprit avide d'explications.

*Muscle péronéo-calcanéen interne.* — Le second muscle surnuméraire dont il s'agit, observé également chez un homme, était situé dans la loge jambière postérieure profonde. Il existait à droite et à gauche, avec le même développement et les mêmes rapports.

En dedans du long péronier latéral, entre lui et le jambier postérieur, se trouvait un muscle très développé, volumineux, qui s'insérait à toute la hauteur de la face postérieure du péroné. A la partie inférieure de cet os, il prenait des insertions à sa face interne et à la partie adjacente de la cloison interosseuse. Les fibres musculaires, disposées comme les barbes d'une plume, se jetaient sur une lame tendineuse visible sur la surface postérieure du muscle dans les 3/4 de sa hauteur et qui, devenant libre au niveau de l'articulation calcanéo-astragalienne postérieure, se transformait en un gros tendon qui, après un court trajet, allait s'insérer dans la gouttière du calcanéum, au-dessous de la petite apophyse de cet os. Avant de se fixer à l'os, le tendon s'était bifurqué, mais les deux branches de bifurcation, d'ailleurs très courtes, s'arrêtaient nettement à cet endroit.

A première vue, on aurait pu donc croire qu'il s'agissait d'un muscle bien isolé, bien distinct de ses voisins, mais en le disséquant sur ses parties latérales, on constatait que son corps charnu, simple dans sa moitié supérieure, se divisait dans sa moitié inférieure en deux parties, une externe que nous venons de voir, et une interne incomparablement moins développée, qui n'était autre chose que le fléchisseur propre du gros orteil, dont les rapports et le trajet ultérieur étaient du reste les mêmes qu'à l'état normal.

Les muscles de la plante du pied correspondaient absolument, du côté droit comme du côté gauche, à la description classique.

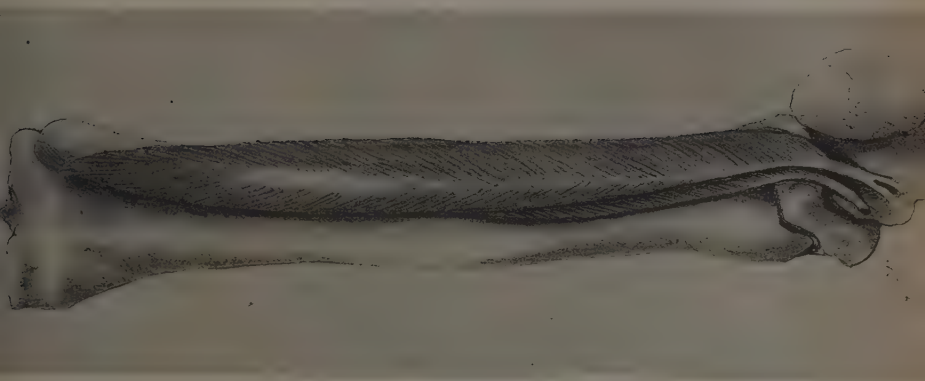
En tenant compte des insertions de ce muscle surnuméraire, c'est un muscle péronéo-calcanéen interne, mais il diffère des faisceaux

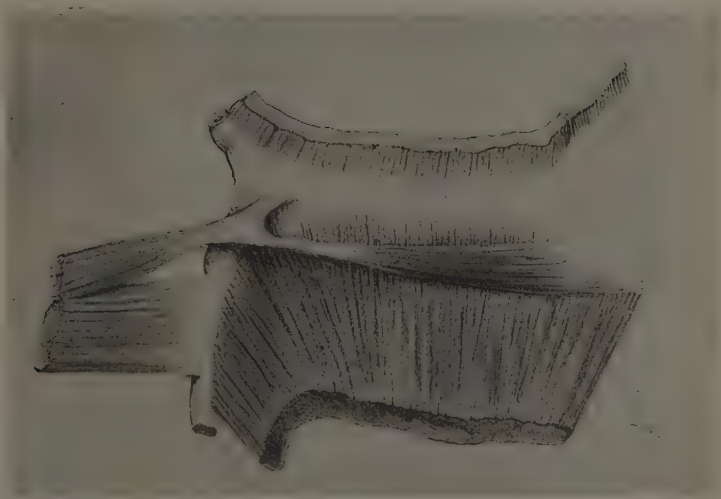
que l'on a décrit sous ce nom (Macalister-Knott), d'une part par son développement considérable, d'autre part par ce fait que le fléchisseur péronier paraît en être une dépendance, tandis qu'au contraire dans les cas connus c'est lui qui est une dépendance du fléchisseur péronier. Dans notre observation, ce dernier muscle est peu développé, masqué par le volumineux corps charnu qui l'avoisine et dont il semble n'être qu'une émanation.

Quelle est sa signification anatomique ? On connaît un certain nombre de dispositions qu'il faut rattacher à des anomalies du muscle accessoire du long fléchisseur. Notre cas rentre bien certainement dans ce groupe et l'on est conduit à le rapprocher du muscle désigné par Humphry[1], chez certaines espèces animales, sous le nom de *pronator pedis* et qui correspond à la fois au jambier postérieur, au long fléchisseur du gros orteil et à l'accessoire de l'homme. Chez notre sujet, la différenciation de ces trois muscles s'est faite, complètement pour le premier et le dernier, incomplètement pour le second.

En d'autres termes, nous avons affaire à un muscle long accessoire du long fléchisseur extrêmement développé, mais dont l'extrémité inférieure, au lieu de se continuer avec l'accessoire plantaire, s'est arrêtée en route et a pris une *insertion consécutive* sur le calcanéum.

1. Humphry, *The muscles and nerves of the Cryptobranch.* 1871.





# SOCIÉTÉS CORRESPONDANTES.

---

Amiens. — Société linnéenne du Nord de la France.
— Société industrielle d'Amiens.
Amsterdam. — Koninklijke Akademie der Wetenschappen (Académie royale des sciences).
Angers. — Société d'études scientifiques d'Angers.
— Société industrielle et agricole d'Angers et du département de Maine-et-Loire.
Bale. — Naturforschende Gesellschaft in Basel.
Batavia. — Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Société des arts et sciences de Batavia).
Berlin. — Kœnigliche Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin.
— Deutsche Geologische Gesellschaft.
Berne. — Naturforschende Gesellschaft in Bern.
— Schweizerische naturforschende Gesellschaft.
Besançon. — Société d'émulation du Doubs.
— Société de médecine de Besançon.
Béziers. — Société d'études des sciences naturelles de Béziers.
Bonn. — Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande und Westfalens.
Bordeaux. — Société linnéenne de Bordeaux.
— Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux.
Boston. — American Academy of Arts and Sciences de Boston (Massachusetts).
Breslau. — Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.
Brunn. — Naturforschender Verein in Brünn.
Bruxelles. — Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.
Caen. — Académie nationale des sciences, arts et belles-lettres de Caen.
— Société linnéenne de Normandie.
Chemnitz (Saxe). — Naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Chemnitz.
Cherbourg. — Société nationale des sciences naturelles de Cherbourg.
Coire. — Naturforschende Gesellschaft Graubündens.
Colmar. — Société d'histoire naturelle de Colmar.
Copenhague. — Kongelige danske videnskaberne selskab Kjöbenhavn (Société royale danoise des sciences).
Danzig. — Naturforschende Gesellschaft in Danzig.
Davenport. — Academy of Natural Sciences of Davenport (Iova).
Dublin. — Royal geological Society of Ireland.
Épinal. — Société d'émulation du département des Vosges.
Fribourg. — Naturforschende Gesellschaft zu Freiburg im Breisgau (grand-duché de Bade).
Giessen. — Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.

Gœrlitz (Silésie). — Naturforschende Gesellschaft zu Gœrlitz.
Guéret. — Société des sciences naturelles et archéologiques de la Creuse.
Hambourg-Altona. — Wissenschaftlicher Verein von Hamburg-Altona.
Harlem. — Hollandsche Maatschapij der Wetenschappen (Société hollandaise des sciences).
Havre (Le). — Société des arts agricoles et horticoles du Havre.
Helsingfors. — Vetenskaps-Societetens af Finska (Société des sciences de la Finlande.
— Sällskapets pro Fauna et Flora fennica (Société pour la faune et la flore de la Finlande).
Inspruck. — Ferdinandeum für Tyrol und Vorarlberg.
Kiew. — Société des Naturalistes attachée à l'Université impériale de Saint-Wladimir, à Kiew.
Lausanne. — Société vaudoise des sciences naturelles.
Leipsick. — Königliche Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig.
— Verein für Erdkunde.
Liège. — Société géologique de Belgique.
— Académie des sciences.
Lisbonne. — Academia real das sciencias de Lisboa.
Londres. — Royal geological Society.
Luxembourg. — Institut royal grand-ducal de Luxembourg (Section des sciences naturelles et mathématiques).
Lyon. — Société linnéenne de Lyon.
Manchester. — Litterary and philosophical Society of Manchester.
Marseille. — Société d'études des sciences naturelles de Marseille.
Metz. — Société d'histoire naturelle de Metz.
Mexico. — Sociedad cientifica.
Montauban. — Académie des sciences, lettres et arts de Tarn-et-Garonne.
Montbéliard. — Société d'émulation de Montbéliard.
Montpellier. — Académie des sciences et lettres de Montpellier (Section des sciences).
Montréal. — Society of natural history of Montreal (Canada).
Moscou. — Société impériale des naturalistes de Moscou.
Munich. — Königliche Baierische Akademie der Wissenschaften (mathem. u. physik. Abth.).
Munster. — Westfälischer Provinzial-Verein für Wissenschaft und Kunst.
Nancy. — Académie de Stanislas.
— Société de médecine.
— Société de géographie de l'Est.
— Commission météorologique du département de Meurthe-et-Moselle.
Neuchatel. — Société des sciences naturelles de Neuchâtel (Suisse).
Nimes. — Société d'études des sciences naturelles de Nîmes.
Offenbach. — Verein für Naturkunde in Offenbach a/Main.
Osnabrück. — Wissenschaftlicher Verein.
Paris. — Association française pour l'avancement des sciences.
— Société des Jeunes Naturalistes.
Perpignan. — Société agricole, scientifique et littéraire des Pyrénées-Orientales.
Philadelphie. — Akademy of natural sciences of Philadelphia (Pensylvanie).
Pise. — Società toscana di scienze naturali in Pisa.
Prague. — Königliche Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag.

Pressbourg. — Verein für Natur- und Heilkunde zu Pressburg.
Rio-de-Janeiro. — Observatoire impérial astronomique et météorologique.
— Museum Nacional.
Rome. — Accademia reale dei Lincei.
Rouen. — Société des Amis des sciences naturelles de Rouen.
Saint-Dié. — Société philomathique vosgienne de Saint-Dié.
Saint-Gall. — St. Gallische naturwissenschaftliche Gesellschaft.
Saint-Jean-d'Angély. — Société linnéenne de la Charente-Inférieure.
Saint-Louis. — Academy of sciences of Saint-Louis (Missouri).
Saint-Pétersbourg. — Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg.
— Comité géologique. (Institut des Mines.)
San-Francisco. — Akademy of Sciences of Californie.
Stockholm. — Kong. Svenska Vetenskaps Akademie (Académie royale suédoise des sciences).
Tokyo. — Imperial University (Litterature College of Tokyo) Japon.
Toulouse. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse.
— Société d'histoire naturelle de Toulouse.
— Société académique hispano-portugaise.
Tours. — Société d'agriculture. sciences, arts et belles-lettres du département d'Indre-et-Loire.
Turin. — Accademia Reale delle Scienze.
Upsal. — Regia societas scientiarum Upsaliensis.
— Université d'Upsal.
Verdun. — Société philomathique de Verdun.
Versailles. — Société des sciences naturelles et médicales de Seine-et-Oise.
Vienne. — Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien (mathemat. u. wissenschaftliche Abth.).
— Kaiserl. Königl. naturhistorisches Hofmuseum.
— Kaiserl. Königl. zoologische und botanische Gesellschaft in Wien.
Vitry-le-François. — Société des sciences et arts de Vitry-le-François.
Washington (D. C. U. S. A.). — Smithsonian Institution.
— Bureau of Ethnology.
Wiesbaden. — Nassauischer Verein für Naturkunde.
Zagreb (Agram). — Societas historico-naturalis Croatica.
Zurich. — Naturforschende Gesellschaft in Zürich.

# OUVRAGES

## REÇUS PAR LA SOCIÉTÉ PENDANT L'ANNÉE 1887.

### I. — Publications périodiques et journaux.

Amiens. — Bulletin de la Société industrielle. 1886, t. XXIV, 1er septembre-1er novembre; 1887, t. XXV, nos 1 à 6.

— Bulletin mensuel de la Société linnéenne du Nord de la France. 1885, t. VII, 14e année; 1886, t. VIII, 15e année.

Amsterdam. — Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie der Wetenschappen. 1886. D. II.

— Verhandlingen der Kon. Akademie der Wetenschappen. 1887. D. XXV.

Angers. — Bulletin de la Société d'études scientifiques. 1884, Bulletin supplémentaire; 1885, 15e année.

— Bulletin de la Société industrielle et agricole. T. XXV, 1884.

Bale. — Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft. 1887, t. VIII. II. 2.

Batavia. — Naturkundig Tijdschrift voor Neerlandisch-Indië. D. XLVI.

Berlin. — Königlich preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1886, 21 octobre au 16 décembre; 1887, 6 janvier au 28 juillet.

Berne. — Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. 1886, 1143-1168.

Besançon. — Mémoires de la Société d'émulation du Doubs. 1886, 6e série, 1er vol.

Bonn. — Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preussischen Rheinlande und Westfalens. 1886, 2e H.; 1887, 1er H.

Bordeaux. — Actes de la Société linnéenne de Bordeaux. 1885, 4e série, t. IX.

— Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 1885, t. II, 1er cahier; 1886, t. III, 1er cahier.

— Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde de juin 1885 à mai 1886.

Boston. — Proceedings of the American Academy of arts and sciences. 1877-1878; 1879-1880, 2e partie; 1886, mai à décembre; 1887, janvier à mai.

Breslau. — Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur. 1886.

— Zacharias Allerts. Tagebuch aus dem Jahre 1627. Dr J. Krebs.

Brunn. — Verhandlungen des naturforschenden Vereins in Brunn. 1885. XXIV. B.

— Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereins. 1884.

Bruxelles. — Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

— Bulletins. 1885, 3e série, t. X, XI, XII; 1886, 3e série, t. XI.

— Mémoires couronnés. Coll. 8o, 1886, t. XXII, XXIII, XXIV; coll. 4o, 1886, t. XLVII, XLVIII.

Bruxelles. — Mémoires. Coll. 4°. T. XLVI.

— Notices biographiques et bibliographiques. 1886.

— Annuaires de l'Académie. 1886, 1887.

Chemnitz. — Zehnter Bericht der naturwissenschaftlichen Gesellschaft. 1er sept. 1884 au 31 déc. 1886.

Coire. — Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. XXX J. 1885-1886.

Copenhague. — Oversigt over det Kongelige danske videnskaberne selskab Kjobenhavn. 1886, janvier à décembre ; 1887, janvier à mai.

— Mémoires de l'Académie royale. 1886, vol. II, 8, 9, 10, 11 ; vol. III, 4 ; vol. IV, 1, 2, 3, 4, 5.

Danzig. — Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. 1884-1887.

Dublin. — Journal of the Royal Geological Society of Ireland. 1886-1887, VIII, part. I, II.

Épinal. — Annales de la Société d'émulation des Vosges. 1887.

Fribourg-en-Brisgau. — Bericht der naturforschenden Gesellschaft. 1886. 1. B.

Genève. — Société helvétique des sciences naturelles. 69e session, 1885-1886.

Giessen. — Bericht der oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. 1887.

Gœrlitz (Silésie). — Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Gœrlitz. 1887.

Guéret. — Mémoires de la Société des sciences naturelles et archéologiques de la Creuse. 1887, t. II. 1er Bulletin.

Hambourg-Altona. — Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften. IX B. H. I, II.

Harlem. — Archives néerlandaises. 1886, t. XXI, 2e, 3e, 4e, 5e liv. ; 1887, t. XXII, 1re, 2e, 3e liv.

Helsingfors. — Bidrag till Kämedom af Finlands Natur och Folk. H. 44.

— Sallskapets pro Fauna et Flora fennica. 1881-1885, 11 ; 1885, 12 ; 1886, 13.

— Un mémoire du Dr Osw. Kihlmann. 1883.

Inspruck. — Zeitschrift des Ferdinandeums für Tyrol und Vorarlberg. 1887. III F., 31. H.

Lausanne. — Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. 3e série, vol. XXII, nos 95, 96.

Leipzig. — Mittheilungen des Vereins für Erdkunde. 1886, 1, 2, 3.

— Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der König. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1887, B. XIII, 8, 9.

— Berichte über die Verhandlungen der Kon. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1886, Supplément. (Math., Phys., Cl.)

— Annalen der Physik und Chemie de Wiedemann. 1887, no 8b.

Liége. — Mémoires de la Société géologique de Belgique. T. XIII, 1887.

— Procès-verbal de l'assemblée générale du 21 novembre 1886.

— Mémoires de la Société royale des sciences. 1886, 2e série, t. XIII, XIV.

Lisbonne. — Academia real das Sciencias de Lisboa. 1886, no XLIII, décembre ; 1887, no XLIV, février ; no XLV, juin.

— Historia dos estabelecimentos scientificos, litterarios e artisticos de Portugal. 1887, t. XV.

Lons-le-Saunier. — Mémoires de la Société d'émulation du Jura. 1886, 4e série, 2e volume.

Luxembourg. — Observations météorologiques faites à Luxembourg. 1887, 3e et 4e volumes.

Metz. — Bulletin de la Société d'histoire naturelle. 1884, 16e, 17e cahiers.

Mexico. — Memorias de la Sociedade cientifica. 1887, 1, 2, 3, 4.

Montauban. — Recueil de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Tarn-et-Garonne. 1886.

Montbéliard. — Mémoires de la Société d'émulation. 1886, XVIe vol. (suite); 1887, XVIIIe vol.

Montpellier. — Mémoires de l'Académie des sciences et lettres. 1885-1886, t. XI, 1er fasc.

Moscou. — Bulletin de la Société impériale des naturalistes. 1886, nos 3, 4; 1887, nos 1, 2, 3, 4.

Munich — Abhandlungen der Kön. Baierischen Akademie der Wissenschaften. 1886, LIII; 1887, LIV.

— Sitzungsberichte der Kön. Baierischen Akademie der Wissenschaften. 1886. H. II, III; 1887, H. I, III.

Munster. — Vierzehnter Jahresbericht des Westfälischen Provinzial-Vereins für Wissenschaft und Kunst. 1885, 1886.

Nancy. — Mémoires de l'Académie de Stanislas. 1886, 5e série, t. IV.

— Bulletin de la Société de géographie de l'Est. 1886, 4e trim.; 1887, 1er, 2e, 3e, 4e trim.

— Bulletin de la Commission météorologique de Meurthe-et-Moselle. 1886.

Neufchatel. — Bulletin de la Société des sciences naturelles. 1886, t. XV.

New-York. — Transactions of the Academy of Sciences. 1884-1885, vol. IV.

Nimes. — Bulletin de la Société d'études des sciences naturelles. 1886, 1 à 12.

Paris. — Association française pour l'avancement des sciences. 1886, 15e session. Nancy, 1re et 2e parties. — Informations et documents divers, nos 48 à 51.

— Revue des travaux scientifiques. T. VI, nos 10 à 12; t. VII, nos 1 à 8.

— Feuille des Jeunes naturalistes. 1887, nos 205-206.

Philadelphie. — Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia. 1886, octobre-décembre; 1887, janvier à août.

— Transactions of the Wagner Free Institute of Science of Philadelphia.

Pise. — Atti della Società toscana di Scienze naturali in Pisa. 1886, VIII, 1er et 2e fasc.

— Processi-Verbali. Vol. 5, 14 novembre 1886; vol. 6, 13 mars, 8 mai et 13 novembre 1887.

Presbourg. — Verhandlungen des Vereins für Natur- und Heilkunde. 1881-1883, 1884-1886.

Rome. — Atti della Reale Accademia dei Lincei. 1886, vol. II, 12e fasc.; 1887, vol. III, 1er au 13e fasc.

Rouen. — Bulletin de la Société des amis des sciences naturelles. 1886, II; 1887, I.

— Recueil analytique des travaux de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts. 1885-1886.

Saint-Dié. — Bulletin de la Société philomathique vosgienne. 1886-1887.

Saint-Gall. — Bericht der naturwissenschaftlichen Gesellschaft. 1884-1885.

Saint-Louis (Missouri). — Academy of Sciences. 1878-1886, vol. IV, n° 4.

Saint-Pétersbourg. — Bulletin du Comité géologique. 1886, vol. V, 9 à 11 ; 1887, vol. VI, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 et Suppl.

— Mémoires du Comité géologique. Vol. II, nos 4, 5 ; vol. III, n° 3 ; vol. IV, n° 1.

San-Francisco. — Bulletin of Akademy of Sciences of California. Vol. 2, 6-7.

Toulouse. — Mémoires de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres. 1886, 8e série, t. VIII, IX.

— Bulletin de la Société d'histoire naturelle. 1886, 3e et 4e tr. ; 1887, 1er et 2e tr. — Tables de 1866 à 1886.

Tours. — Annales de la Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres du département d'Indre-et-Loire. 1884, 1885, 1886, 1887.

Upsal. — Regia Societas scientiarum Upsalensis. 1887, 3e série, 13e vol., fasc. 2.

Vienne. — Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. 1885, 50. B. ; 1886, 51. B. ; 1887, 52. B.

— Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. — Mathem., Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie. 1885, avril à décembre ; 1886, janvier à décembre ; 1887, janvier et février. — Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie. 1885, octobre à décembre ; 1886, avril à décembre. — Physiologie. Anatomie et Théorie méd. 1885, octobre à décembre ; 1886, janvier à décembre.

— Verhandlungen der K.-K. zoologischen und botanischen Gesellschaft. 1887, mars à décembre.

— Annalen des K.-K. naturhistorischen Hofmuseums. II B., 2, 3.

Washington. — Smithsonian Institution. 1884, 1885, 1re partie.

— Fourth Annual Report of the Bureau of Ethnology. 1882-1883.

Wiesbaden. — Nassauischer Verein für Naturkunde. Jar. 40.

## II. — Mémoires originaux.

H. Bardy, Les Eaux minérales de Saint-Dié.

Berthelot, Collection des anciens alchimistes grecs.

Dr Bleicher. Sur la découverte du carbonifère à fossiles marins et à plantes aux environs de Raon-sur-Plaine (Vosges).

J. E. Blondel, La Question sociale et sa solution scientifique.

C. Brunotte. Recherches sur la structure de l'œil chez un Branchiomma.

E. G. Camus. Catalogue des plantes de France, de Suisse et de Belgique.

A. Chassaing, Mémoires de Jean Burel, bourgeois du Puy.

Dr R. Collignon, Étude sur l'ethnographie générale de la Tunisie.

— Les Ages de pierre en Tunisie.

A. X. P. Coutinho, Curso de silvicultura.

C. Durand, Géologie des Vosges appliquée à l'agriculture.

Donnadieu, Les Véritables origines de la question phylloxérique.

Godfrin et Noël, Atlas manuel de l'histologie des drogues simples.

Haillant, Flore populaire des Vosges.

R. DE LASTEYRIE et LEFÈVRE-PONTALIS, Bibliographie des travaux historiques et archéologiques publiés par les Sociétés savantes de la France.

E. LEFÈVRE-PONTALIS, Bibliographie des Sociétés savantes de la France.

A. LETOURNEUX, Rapport sur une mission botanique exécutée en 1884 dans le nord, le sud et l'ouest de la Tunisie.

LETOURNEUX et BOURGUIGNAT, Prodrome de la Macologie terrestre et fluviale de la Tunisie.

F. LIÉTARD, Archéologie de la Meuse, 3 vol. in-f° et 3 atlas.

V. MACHADO, A Electricidade estudo de algumas das suas principaes applicaçoes.

MILLOT, Cours de météorologie professé à la Faculté des sciences de Nancy.

Dr NICOLAS, Organes érectiles.

A. PÉROT, Sur la Mesure du volume spécifique des vapeurs saturées et la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur.

Dr A. PRENANT, Étude sur la structure du tube séminifère des mammifères.

— Observations cytologiques sur les éléments séminaux.

P. THOMAS, Notes additionnelles sur les vertèbres fossiles de la province de Constantine.

Dr P. VUILLEMIN, L'Endoderme du *Senecio cineraria*.

— L'Appareil reluisant du *Schistostega osmundacea*.

# TABLE ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE FASCICULE XXI (TOME IX, ANNÉE 1887).


Pages.

Liste des membres de la Société . . . . . v

## I. — Procès-verbaux.

### 1° Anatomie.

Observations sur la *Trompe d'Eustache*, par M. Prenant. . . . . 12
Deux observations de *Muscles surnuméraires de l'homme*, par M. A. Nicolas. 24
Observation d'*Apophyse susépitrochléenne chez l'homme*, par M. A. Nicolas. 32

### 2° Botanique.

Sur l'*Épaississement des membranes cellulaires des Champignons*, par M. Vuillemin . . . . . 12
*Recherches nouvelles sur l'histologie des membranes des Champignons*, par M. Vuillemin. . . . . 13
*Recherches sur l'appareil reluisant du* Schistotega osmundacea, par M. Vuillemin . . . . . 16
*Influence de l'humidité fraîche sur la végétation forestière sur les bords du lac de Côme*, par M. Fliche. . . . . 17
*Organes excréteurs de quelques Phanérogames*, par M. Vuillemin. . . . 18
*Note sur la valeur morphologique de l'albumen chez les Angiospermes*, par M. Le Monnier . . . . . 25
*Constitution des ovaires uniloculaires à placentas pariétaux multiples*, par M. Le Monnier. . . . . 26
*Remarques sur le genre* Syncephalastrum, par M. Vuillemin. . . . . 34
*Étiologie des maladies parasitaires à propos de quelques Épiphyties observées récemment en Lorraine*, par M. Vuillemin. . . . . 35

### 3° Chimie.

Sur *Quelques dérivés ammonio-cobaltiques*, par M. Klobb. . . . . 19
Sur une *Nouvelle fonction de l'Éther cyanacétique*, par M. Haller . . . 24
Recherches sur l'*Amide de l'acide oxymenthilique*, par M. Arth . . . . 25
*Chaleur de formation du zinc éthyle*, par M. Guntz . . . . . 28

4° Géologie.

Pages.

*Guide du Géologue et du Lithologiste en Lorraine*, par M. Bleicher. . . 14

5° Paléontologie.

*Sur la Faune et la Flore de quelques tufs quaternaires du nord-est de la France*, par M. Fliche . . . . . 21
*Les Foraminifères de l'oxfordien de Toul*, par M. Bleicher . . . . . 22
Récente découverte d'*Oursin régulier dans le lias moyen*, par M. Bleicher. 22
Mémoire sur la *Filiation paléontologique d'un type de coquille terrestre d'Algérie*, par M. Thomas . . . . . 37

6° Physiologie.

*Sur la Persistance des images rétiniennes*, par M. Charpentier. . . . . 14
*Sur la Structure histologique des centres nerveux*, par M. Nicolas . . . 27

7° Physique.

Expériences sur la *Double réfraction diélectrique*, par M. Blondlot . . . 25
Recherches sur le *Rôle des poussières de l'air dans la cristallisation des composés inactifs*, par M. Bichat . . . . . 37

8° Zoologie.

*Recherches sur la Portion terminale du canal de l'épendique chez les vertébrés*, par M. Saint-Remy. . . . . 20
Études sur la *Structure du tube séminifère des Mammifères. — Recherches sur la signification des éléments qui la constituent*, par M. Prenant. . . . . 23
*Observations cytologiques sur les éléments séminaux de la Scolopendre*, par M. Prenant. . . . . 30
*Structure du cerveau chez le Scorpion et la Scolopendre*, par M. Saint-Remy . . . . . 31
*Observations cytologiques sur les éléments séminaux des Gastéropodes pulmonés*, par M. Prenant. . . . . 33

II. — Mémoires originaux.

Étude sur la sphère, la ligne droite et le plan, par M. Calinon. . . . . 1
Sur la valeur morphologique de l'albumen chez les angiospermes, par M. Le Monnier . . . . . 48
Sur les ovaires uniloculaires à placentas pariétaux, par M. Le Monnier . . 51

Pages.

Sur l'étiologie des maladies parasitaires à propos de quelques épiphyties observées récemment en Lorraine, par M. Paul Vuillemin. . . . . 53

Sur une forme ancestrale de l'*Helix* (*Leucochroa*) *candidissima*, Draparnaud, par M. Philippe Thomas . . . . . 80

Une nouvelle fonction de l'éther cyanacétique, par M. Haller . . . . . 89

Muscles surnuméraires, muscle présternal et muscle péronéo-calcanéen interne bilatéral, par A. Nicolas . . . . . 91

Sociétés correspondantes. . . . . 95

Liste des publications périodiques, mémoires et ouvrages reçus pendant l'année 1887 . . . . . 97

Table des matières . . . . . 103

Nancy, Imprimerie Berger-Levrault et Cie.